به نام خدا

فهرست عناوین

جلسه ۱

مقدمه

دو شنبه	۱۹ بهمن ۸۸	یادآوری از آمار
دوشنبه	۲۶ بهمن ۸۸	رحلت حضرت رسول (ص)
دوشنبه	۳ اسفند ۸۸	مقدمه و تعاریف طرحهای آماری
دوشنبه	۱۰اسفند ۸۸	طرح کاملاً تصادفی
دوشنبه	۱۷ اسفند ۸۵	بقیه طرح کاملاً تصادفی
دوشنبه	۲۴ اسفند ۸۸	مقایسه میانگین تیمارها
دوشنبه	۱۶ فروردین ۸۹	طرح بلوکهای کامل تصادفی
دوشنبه	۲۳ فروردین۸۹	طرح مربع لاتین
دوشنبه	۳۰فروردین۸۹	مقایسه های تیماری – تبدیل دادهها

منابع مورد استفاده دانشجویان:

۱. یزدی صمدی، بهمن – رضائی، عبدالمجید – ولیزاده، مصطفی – ۱۳۷۹ طرحهای آماری در پژوهشهای کشاورزی، دانشگاه تهران.

۲. بصیری، عبدالله – ۱۳۷۵ طرحهای آماری در علوم کشاورزی، انتشارات دانشگاه شیراز.

۳. مورتن، ل،ت، ۱۳۷۰ . طرح و تحلیل آزمایشهای کشاورزی، ترجمه علی اکبر سرافراز و بزرگ نیا. جهاد دانشگاهی مشهد

۴. دوگه، وم. ژیرو. ۱۳۶۵، تحلیل واریانس و طرح آزمایشها، ترجمه علی مشکانی.

۵. گومز،ک،اوا، گومز، طرحهای آماری برای تحقیقات کشاورزی، ۱۳۶۹ ترجمه عزت اله فرشادفر، مرکز انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی

۶. ولی زاده، مصطفی و محمد مقدم، طرح آزمایشهای کشاورزی، ۱۳۷۳، دانشگاه تبریز

۷. پیترسن، ار. جی، ۱۳۷۶ – طرح و تحلیل آزمایشهای کشاورزی – ترجمه محمد تقی اساد دانشگاه شیراز

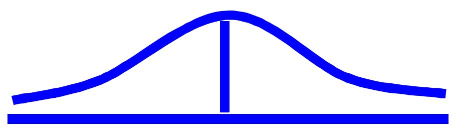
8. Das , M.N. and N.C. Giri. 1986. Design and analysis of experiments. Wiley Eastern, Ltd. Delhi.

جلسه ۲

یادآوری از آمار

توزیع نرمال:

- منحنی زنگوله ای شکل است که در اطراف میانگین $(X = \mu)$ متقارن می‌باشد.



$$X = \mu$$

- هر منحنی توزیع نرمال بوسیله دو شاخص σ, μ مشخص می‌شود و به این صورت نشان داده می‌شود.

$$X \sim N, 1ND, (\mu, \sigma)$$

متغیر X دارای توزیع فراوانی نرمال (N) بوده که حالتهای وقوع آن از یکدیگر مستقل (1ND) می‌باشد و دارای میانگین μ و انحراف معیار σ می‌باشد.

μ: میانگین جامعه را نشان میدهد.

σ: تنوع و پراکندگی مشاهدات را نشان میدهد.

- در توزیع نرمال ← میانه، مد و میانگین برابر هستند.

اهمیت توزیع نرمال:

- مهمترین الگوی آماری است و اکثر تئوریها، محاسبات و استدلالهای آماری بر پایه آن بنا شده است.
- غالب پدیده های طبیعی توزیع نرمال دارند.
- توزیع های غیر نرمال را می‌توان با استفاده از اصول آمار و ریاضی به توزیع نرمال تبدیل کرد.

پس بنابراین:

در یک جامعه با توزیع نرمال دو عامل میانگین و واریانس پارامترهای معرف آن جامعه می‌باشند.

حد وسط جامعه= میانگین

پراکندگی افراد جامعه در اطراف میانگین = واریانس

اگر:

X: افراد جامعه

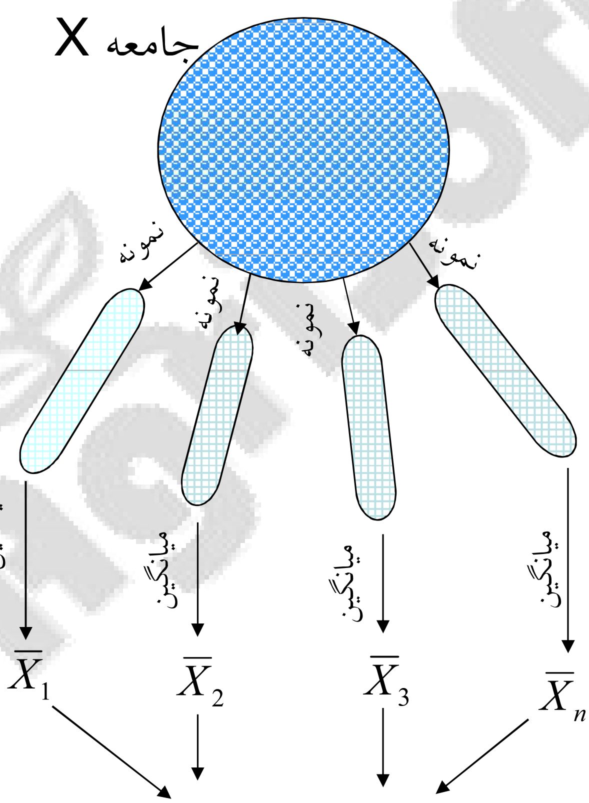
$\overline{X}$: میانگین

n: تعداد افراد جامعه

خواهیم داشت:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} \quad \text{(میانگین)}$$

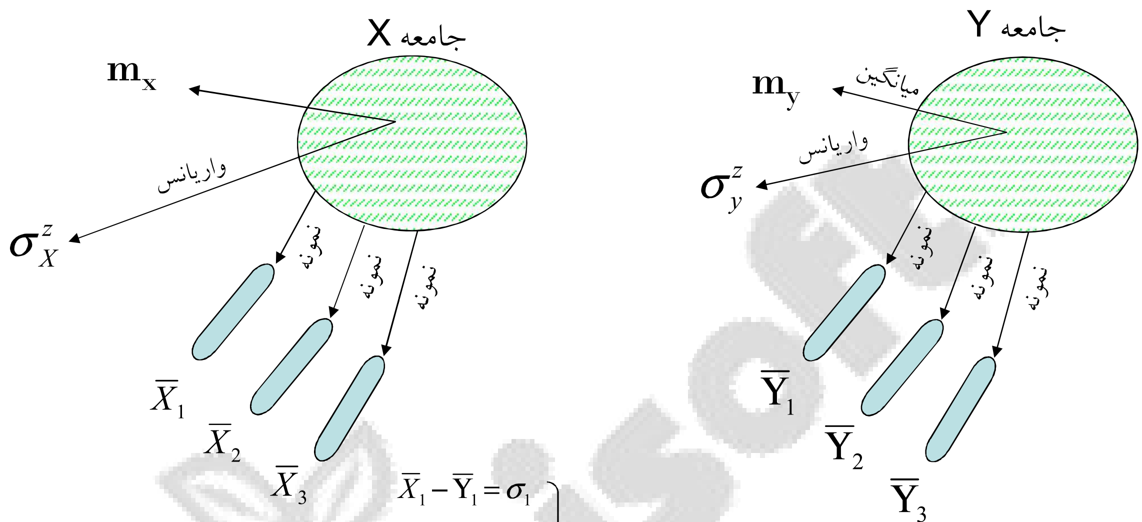
$$\delta^z = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n} = \frac{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}{n} \quad \text{(واریانس)}$$



$$m_{\bar{x}} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \overline{X}_3 + \overline{X}_n}{n} = m_X$$

$$\sigma^z_{\bar{X}} = \frac{\sigma^z_x}{n}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$



$$\left.\begin{aligned} \bar{X}_1 - \bar{Y}_1 = \sigma_1 \\ \bar{X}_2 - \bar{Y}_2 = \sigma_2 \\ \bar{X}_3 - \bar{Y}_3 = \sigma_3 \end{aligned}\right\}$$ جامعه تفاوتها

میانگین جامعه تفاوتها = $m_{\bar{X}} - m_{\bar{y}}$ یا $m_{\bar{X}-\bar{y}} = \dfrac{\sum(\bar{X}_i - \bar{y}_i)}{N}$

واریانس جامعه تفاوتها = $\sigma^z_{\bar{x}-\bar{y}} = \sigma^z_{\bar{x}} + \sigma^z_{\bar{y}}$

انحراف معیار جامعه تفاوتها = $\sigma_{\bar{X}-\bar{y}} = \sqrt{\sigma^z_{\bar{X}} + \sigma^z_{\bar{y}}}$

و میدانیم که:

$$\sigma^z_{\bar{X}} = \frac{\sigma^z_x}{n_1}$$

$$\sigma^z_{\bar{y}} = \frac{\sigma^z_\delta}{n_2}$$

توزیع t استیودنت:

هدف نهائی در مسائل آماری ⇦ دست یابی به خصوصیات جوامع تـا محـدود اسـت ⇦ نمونـه بـرداری از جامعه بر اساس اصول آماری ⇦ برآورد پارامترهای جامعه (μ,σ^2) ⇦ بـرآورد حـدود فرضـی آزمـون هـای فرضی

در این موارد:

فرض بر آن است که نمونه مورد نظر از جامعه ای با توزیع نرمال انتخاب شده است. و یا

بزرگی آن به حدی است که می‌توان توزیع آنرا تقریبا نرمال است.

از طرفی:

در بعضی مسائل آماری با نمونه های کوچک $(N < ۳۰)$ روبرو هستیم که فرض فوق در مـورد آن صـادق نیست.

در این موارد (نمونه کوچک و عدم مشخص بودن واریانس جامعه):

از t استفاده می‌کنیم.

$$t = \frac{\overbrace{\overline{X}}^{\text{میانگین نمونه ها}} - \overbrace{m}^{\text{میانگین جامعه}}}{\underbrace{s_{\overline{X}}}_{\text{انحراف معیار نمونه ها}}}$$

پس بنابراین:

در مواردی که نمونه کوچک است و واریانس جامعه معلوم نیست از t استفاده می‌کنیم تا بـدانیم کـه آیـا میانگین نمونه مساوی با میانگین جامعه است یا خیر.

بطور کلی از آزمون t در ۴ مورد استفاده می‌شود.

۱- مقایسه میانگین یک نمونه از جامعه با میانگین فرضی (میانگین جامعه اصلی)

در این صورت از فرمول ذیل استفاده می‌کنیم:

$$t = \frac{\left|\overline{X} - m\right|}{s_{\overline{X}}}$$

مثال:

یک ماشین مخلوط کن کودشیمیایی بایستی بطور متوسط ۱۰٪ ازت در هر بار بدهد. در یک آزمـایش در صدهای زیر بدست آمده آیا میتوان گفت که میانگین مقدار ازت با ۱۰٪ یکسان است؟

X (درصد ازت در مخلوط)	
بار اول	۹
بار دوم	۱۲
بار سوم	۱۱
بار چهارم	۱۰
بار پنجم	۱۱
بار ششم	۱۳
بار هفتم	۱۱
بار هشتم	۱۱
$\sum X = ۸۸$ $\overline{X} = ۱۱$	

$X - \overline{X}$	$(X-\overline{X})^2$
-۲	۴
۱	۱
۰	۰
-۱	۱
۰	۰
۲	۴
۰	۰
۰	۰
	۱۰

$$s_X^2 = \frac{\Sigma(X-\overline{X})^2}{n-۱} = \frac{۱۰}{۷} = ۱/۴۳$$

$$s_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{s_n^2}{n} = \frac{۱/۴۳}{۸}} = ۰/۴۲$$

$$t = \frac{۱۱-۱۰}{۰/۴۲} = ۲/۳۸$$

$$t_{\%5,7} = ۲/۳۶$$

چون $t_c > t_t$ است:

میانگین نمونه با میانگین جامعه متفاوت است.

۲- مقایسه میانگین ۲ جامعه

الف- متغیرها جفت نبوده و دو جامعه دارای واریانس مساوی باشند.

در این حالت $t = \dfrac{(\overline{X}-\overline{y}) - M_{\overline{X}-\overline{y}}}{s_{\overline{X}-\overline{y}}}$

فرض صفر $\leftarrow H_\circ = m_x - m_y = 0$

مثال: قدرت دو نوع نخ برحسب پوند به اینچ مربع بشرح زیر تعیین گردید. آیا بین این دو نوع نخ از لحاظ قدرت تفاوتی موجود است $(\alpha = \%۵)$

x	y	$x - \overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$	$y - \overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$
۱۳۸	۱۳۴	۷	۴۹	-۱	۱
۱۲۷	۱۳۷	-۴	۱۶	۲	۴
۱۳۴	۱۳۵	۳	۹	۰	۰
۱۲۵	۱۴۰	-۶	۳۶	۵	۲۵
۵۲۴	۱۳۰		۱۱۰	-۵	۲۵
	۱۲۴			-۱	۱
	۸۱۰				۵۶

$$\overline{X} = \frac{۵۲۴}{۴} = ۱۳۱$$

$$\overline{y} = \frac{۸۱۰}{۶} = ۱۳۵$$

$$\text{واریانس مشترک} = s = \sqrt{\frac{\sum (X-\overline{X})^2 + \sum (s-\overline{s})^2}{n_1 + n_2 - 2}} = \sqrt{\frac{۱۱۰ + ۵۶}{۸}} = \sqrt{۲۰/۷۵}$$

$$s_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{۲۰/۷۵}{۴}} \qquad s_{\overline{y}} = \sqrt{\frac{۲۰/۷۵}{۶}}$$

$$s_{\overline{X}-\overline{y}} = \sqrt{\frac{۲۰/۷۵}{۴} + \frac{۲۰/۷۵}{۶}} = ۲/۹۴$$

$$t = \frac{۱۳۵ - ۱۳۱}{۲/۹۴} = ۱/۴۵$$

$$t_{8,\%5} = ۲/۳۰۶$$

چون $t_c < t_t$ است پس ۲ نخ تفاوت ندارند.

۳- مقایسه میانگین ۲ جامعه

ب - متغیرها جفت نبوده و دو جامعه دارای واریانس متفاوت هستند.

در این حالت:

$$t = \frac{(\overline{X} - \overline{y}) - m_{\overline{X}-\overline{y}}}{s_{\overline{X}-\overline{y}}}$$

فرض صفر= $H_\circ : m_x - m_y = 0$

مثال:

دو نوع رژیم غذایی B،A در مورد نوعی حیوان مورد مقایسه واقع شد و میـزان اضـافه وزن بـه کیلـوگرم بدست آمد. با فرض اینکه واریانس دو جامعه A وB متفاوت می‌باشند معلوم نمایند آیا دو رژیم با هم تفـاوتی دارند ($\alpha = ۵\%$).

x (رژیم)	y	$x - \bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$y - \bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$
۳۰	۱۵	-۴	۱۶	-۷	۴۹
۳۵	۱۲	۱	۱	-۱۰	۱۰۰
۳۲	۴۱	-۲	۴	۱۹	۳۶۱
۳۹	۱۷	۵	۲۵	-۵	۲۵
۳۴	۸	۰	۰	-۱۴	۱۹۶
۱۷۰	۳۱		۴۶	۹	۸۱
	۳۰			۸	۶۴
	۱۵۴				۸۷۶

$$\bar{X}=\frac{۱۷۰}{۵}=۳۴ \qquad \bar{y}=\frac{۱۵۴}{۷}=۲۲$$

$$s_X=\sqrt{\frac{۴۶}{۴}=۱۱/۵۰} \qquad s_y=\sqrt{\frac{۸۷۶}{۶}=۱۴۶}$$

$$s_{\bar{X}}=\sqrt{\frac{۱۱/۵}{۵}} \qquad s_{\bar{y}}=\sqrt{\frac{۱۴۶}{۷}}$$

$$s_{\bar{X}-\bar{y}}=\sqrt{\frac{۱۱/۵}{۵}+\frac{۱۴۶}{۷}}=۴/۸۱$$

$$t=\frac{۳۴-۲۲}{۴/۸۱}=۲/۴۹$$

$$t_{t_1(4/5\%)}=۲/۷۷۶ \qquad t_{t_2(6/5\%)}=۲/۴۴$$

چون tc (محاسبه شده) بین دو t جدول قرار گرفته است لازم است ´t براساس فرمول زیر محاسبه شود.

$$t'=\frac{t_1 s_{\bar{X}}^2+t_2 s_y^2}{s_{\bar{X}}^2+s_y^2}=\frac{۲/۷۷(۲/۳۰)+۲/۴۴(۲۰/۸۶)}{۲/۴۰+۲۰/۸۶}=۲/۴۸$$

چون $t_c > t'$ است پس بین دو نوع رژیم تفاوت وجود دارد.

۴- مقایسه میانگین دو نمونه از دو جامعه در حالت جفتی (غیر مستقل):

اگر y,x افراد دو جامعه نرمال با میانگین های m_y,m_x باشند بطوریکه y,x جفت باشند و هر گاه تفاوت هر جفت را با D(x-y) و میانگین D های جفت را با $\bar{D}$ نشان دهیم فرمول t به شکل زیر خواهد بود.

$$t = \frac{\overline{D} - m_{\bar{d}}}{s_{\bar{d}}}$$

که

$$s_d = \sqrt{\frac{\Sigma(D - \overline{D})^۲}{n - ۱}}$$

و

$$s_{\bar{d}} = \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

مثال:

در ۸ جفت نوآموز سال اول که از هر جفت یکی به کودکستان رفته و یکی نرفته باشد درجه هوش تعیین شد. آیا با احتمال ۵٪ می‌توان گفت که بین دو دسته نوآموز از لحاظ درجه هوشی تفاوتی وجود دارد؟

شماره جفت	X (کودکستان رفته)	Y (کودکستان نرفته)	$D = x - y$	$D - \overline{D}$	$(D - \overline{D})$
۱	۸۳	۷۸	۵	۳	۹
۲	۷۴	۷۴	۰	-۲	۴
۳	۶۷	۶۳	۴	۲	۴
۴	۶۴	۶۶	-۲	-۴	۱۶
۵	۷۰	۶۸	۲	۰	۰
۶	۶۷	۶۳	۴	۲	۴
۷	۸۱	۷۷	۴	۲	۴
۸	۶۴	۶۵	-۱	-۳	۹
			۱۶		**۵۰**

$$\overline{D} = \frac{۱۶}{۸} = ۲$$

$$s_d = \sqrt{\frac{۵۰}{۷}} = ۷/۱۴$$

$$s_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{۷/۱۴}{۸}}=۰/۹۴$$

$$t=\frac{۲}{۰/۹۴}=۲/۱۸$$

$$t_{t(7,5\%)}=۲/۳۶۵$$

چون $t_c < t_t$ می‌باشد پس بین دو دسته کودک تفاوت نیست.

توزیع X2 (کای اسکور یا کی دو):

برای مقایسه فراوانیها بکار می‌رود.

- اگر مقایسه فراوانی ۲ واقعه در نظر باشند(شیر یا خط) می‌توان از توزیع نرمال استفاده کرد.

- اگر فراوانی بیش از ۲ واقعه در نظر باشد در این صورت از توزیع X^2 با فرمول زیر استفاده می‌شود.

$$\boxed{X^2=\sum_{i=1}^{K}\frac{(o_i-e_i)^2}{e_i}}$$

که در این فرمول:

o_i: فراوانی مشاهده شده

e_i: فراوانی مورد انتظار

مثال:

در آزمایشی یک صفت ژنتیکی که بوسیله ۲ ژن کنترل می‌شد مورد مطالعه واقع و در نسل دوم (F_2) نسبتهای ۱۰۰، ۳۵، ۴۰، ۱۵ از چهار فنوتیپ مربوط بدست آمد. آیا این اعداد با نسبت ۱: ۳: ۳: ۹ مطابقت دارد (α = ۵٪).

o (نسبتهای مشاهده شده)	**e(نسبتهای مورد انتظار)**	**o-e**	**$(o-e)^2$**	$(o-e)^2/e$
۱۰۰	۱۰۶/۹	-۶/۹	۴۷/۶۱	۰/۴۵
۳۵	۳۵/۶	-۰/۶	۰/۳۶	۰/۰۱
۴۰	۳۵/۶	۴/۴	۱۹/۳۶	۰/۵۴
۱۵	۱۱/۹	۳/۱	۹/۶۱	۰/۸۱
				۱/۸۱

$$X^2_{t(۳/۵٪)}=۷/۸۲$$

چون $X_C^2 < X_t^2$ می‌باشد: نسبتهای مشاهده شده با نسبتهای مورد انتظار مطابقت دارد.

توزیع F:

برای آزمون یکنواختی واریانسها استفاده میشو د.

$$F=\frac{S_X^2}{S_y^2}$$

مثال: اگر $S_x^2=۱۱/۵$, $S_y^2=۱۴۶$ باشد و $dF_x=۴$ و $dF_y=۶$ باشند.

$$F=\frac{۱۴۶}{۱۱/۵}=۱۲/۷ \qquad F_t(۶،۴)٪۲/۵=۹/۲۰$$

چون Fc>Ft می‌باشد پس واریانسها مساوی نیستند در اینجا از F دو دامنه استفاده می‌کنیم زیرا می‌خواهیم بدانیم که واریانسها با هم تفاوت دارند یا خیر.

یعنی:

$$H_۰=\sigma_X^2-\sigma_Y^2=۰$$

$$H_1=\sigma_X^2>\sigma_Y^2$$

جلسه ۳

طرحهای آزمایشی Experimental Designs

طرحهای آزمایشی الگوهایی هستند که برای انجام آزمایشها بکار می‌روند.

پس بنابراین علم طرحهای آزمایشی شامل مراحل ذیل می‌باشد:

- طرح ریزی
- اجراء
- تجزیه آماری
- نتیجه گیری

در طرح ریزی بایستی مفاهیم زیر را در نظر داشته باشیم.

تیمار (Treatment)

هر یک از عواملی که در آزمایش مورد مطالعه و مقایسه قرار می‌گیرد تیمار نامیده می‌شود.

مثلاً:

ارقام مختلف یک گیاه

انواع یا میزان کود

انواع سموم یا میزان آنها

تاریخهای کشت

روشهای آبیاری

جیره های مختلف غذایی

روشهای مختلف فرآوری مواد غذایی

ماده آزمایشی (Experimental material)

افراد یا اعضای جامعه یا ماده آزمایشی را تشکیل میدهند

مثلا:

در مطالعه ارقام گندم ← زمین آزمایشی ماده آزمایشی می‌باشد

در مطالعه جیره غذایی ← گاو،گوسفند یا مرغ ماده آزمایشی می‌باشد

کلا ماده آزمایشی چیزی است که تیمار بر آن اعمال می‌شود.

ماده آزمایشی بایستی دارای ۲خصوصیت باشد:

۱ - همگن و یکنواخت باشد؛

۲ - تصادفی باشد؛

← تا نتایج آزمایش برای کل جامعه قابل تعمیم باشد.

تکرار (Replication)

در یک آزمایش هر تیمار معمولا بیش از یک مرتبه مورد بررسی قرار گیرد که به هر مرتبه تکرار می‌گویند

بدون تکرار یک عمل امکان وقوف به صحت آن وجود ندارد

هر چه تعداد تکرار ↑ باشد، دقت آزمایش↑ می‌شود؛ ولی بیش از یک حد معین نه تنها دقت را افزایش نمی دهد بلکه باعث افزایش هزینه نیز میشود.

واحد آزمایشی (Experimental unit)

قسمتی از ماده آزمایشی است که یک تیمار در هر تکرار به ان تعلق می‌گیرد

مثال:

- در آزمایش مطالعه ارقام گندم:

ارقام گندم = تیمار

قطعه زمین تیمارAدر تکرار r به آن تعلق میگیرد = واحد آزمایشی

- در آزمایش مطالعه جیره غذایی:

جیره غذایی = تیمار

گوسفندی که جیره A را دریافت میکند = واحد آزمایشی

- در آزمایشهای صحرایی:

کرت = واحد آزمایشی

یکنواختی، شکل و اندازه واحد آزمایشی ⇦ دقت آزمایشی

داده‌ها یا مشاهدات (Observation)

به اعداد و ارقامی که از اندازه گیری صفات و مشخصه های مختلف واحد آزمایشی حاصل می‌شود

صحت و دقت آزمایش (Accuracy & Precision)

برآورد بدست آمده = مقدار حقیقی ⇦ صحت عمل

بر آورد (بار اول) ≃ برآورد (بار دوم) ≃ بر آورد (بار سوم) ⇦ دقت

مثال:

اگر بسته ای به وزن ۱۰ گرم به دو نفر داده شود و از آنها خواسته شود آنرا سه بار وزن نمایند

۹/۵	۹/۸	۱۰	نفر اول
۹/۳	۹/۱	۹/۲	نفر دوم

نفر اول: اندازه گیریهای نزدیک ← وزن حقیقی ← صحت بیشتر

نفر دوم: اندازه گیریهای نزدیک به همدیگر و ← دورتر از وزن حقیقی ← دقت بیشتر

در آزمایش:

- صحت
- دقت

برای سنجیدن دقت آزمایش ← میانگین مربعات خطا ی آزمایش

میانگین خطای آزمایش ↓ = پراکندگی مشاهدات ↓ = دقت آزمایش ↑

خطاهای آزمایشی (Experimental Error)

تنوع و پراکندگی مشاهدات
- اثر تیمارها
- عوامل غیر قابل کنترل و پیش بینی
  - اشتباهات یا خطا های آزمایشی
  - اختلاف بین واحدهای آزمایش قبل از اعمال تیمارها
  - عدم یکسانی شرایط آزمایش برای **واحد**های آزمایش
  - خطاهای یادداشت برداری و نمونه برداری

خطاهای آزمایشی:

ـ مستقل باشند

ـ توزیع نرمال با میانگین صفر

ضریب تغییرات = CV(coefficient of variation) = $\frac{s_x}{\bar{x}} \times ۱۰۰$

مدل آماری (Statistical model)

رابطه خطی است که نشان میدهد هر مشاهده از چه اجزایی تشکیل شده است

یا

در کمیت هر مشاهده چه عواملی دخالت دارند

یا

ماهیت تنوع و واریانس بین دادهها از چه عواملی ناشی میشود

جامعه $\Rightarrow$ $y_i = \mu + e_i$

- y_i: مشاهده
- μ: میانگین جامعه
- e_i: خطاهای آزمایشی

میانگین نمونه $\Longrightarrow$ $y_i = \bar{y} - e_i$

$$e_i = y_i - \bar{y}$$

$$\Downarrow$$

$$y_i = \bar{y} + (y_i - \bar{y})$$

اگر آزمایشی را در نظر بگیریم که در آن اثر چند روش آبیاری بر عملکرد گندم مورد بررسی قـرار گرفتـه مدل آماری به نرخ زیر خواهد بود.

$$y_i = \mu + t_i + e_{is}$$

مشاهده تیمار — میانگین جامعه — اثر تیمار — خطاهای آزمایشی

مراحل طرح و انجام یک آزمایش

طرح مسئله و اهداف آزمایش:

ـ هدف آزمایش بایستی معلوم و تحقیق در مورد ان ممکن باشد

ـ اهداف آزمایش بایستی محدود باشد

بررسی کارهای انجام شده: اینکار بایستی بعد از طرح مسئله و هدف انجام گیرد

انتخاب تیمارها:

ـ تیمارها بایستی متناسب با اهداف آزمایش انتخاب شوند

ـ شرایط مناسب برای بروز تیمارها ایجاد گردد

مثلا:

- برای مطالعه خشکی← ایجاد شرایط تنش
- برای مطالعه ازت ← عناصر دیگر در حد مطلوب باشد

استفاده از تیمار شاهد برای مقایسه تیمارها

تعیین صفا ت مورد مطالعه:

صفات بایستی اثر تیمارها را نشان دهد

نسبت Na/K ← تنش خشکی

انتخاب ماده آزمایشی:

ماده آزمایشی بایستی همگن و یکنواخت باشد ← کاهش خطای آزمایشی

ماده آزمایشی یک نمونه تصادفی از جامعه باشد ← نتایج قابل تعمیم

انتخاب طرح آزمایشی مناسب:

طرح مناسب ← خطای کمتر

دو نوع طرح:

- طرحهای سیستماتیک ← انتساب تیمارها به واحد های آزمایشی بصورت دلخواه است

عدم قابلیت اعمال روشهای پارامتری آماری

- طرحهای تصادفی ← انتساب تیمارها به واحد های آزمایشی به صورت تصادفی

اشتباهات آزمایشی به صورت مستقل و دارای توزیع نرمال

برای انتخاب طرح مناسب:

۱- ماده آزمایشی

۲- تیمارهای آزمایشی

ـ نوع تیمار

ـ تعداد تیمار

تعداد تکرار:

بدون تکرار ← عدم امکان برآورد اشتباه آزمایشی

افزایش تعداد تکرار ← افزایش دقت آزمایش

ولی بعد از یک حد معین، افزایش تعداد تکرار باعث افزایش هزینه و کاهش دقت می‌گردد.

انجام آزمایش:

۱- پیاده کردن طرح

۲- مواظبت از آزمایش

۳- جمع آوری مشاهدات

پیاده کردن طرح

مشخص کردن واحد های آزمایشی

انتصاب تصادفی تیمارها به واحد های آزمایشی

مواظبت از آزمایش

۱- تیمارها به صورت یکنواخت به واحدهای آزمایشی اعمال شوند

۲- عوامل متفرقه در طول آزمایش اثر یکنواخت در واحد های آزمایشی داشته باشند (آبیاری و وجین)

جمع آوری مشاهدات

نمونه‌ها در واحد های آزمایشی بایستی هم اندازه باشند

روش نمونه برداری یکسان باشد

وسیله اندازه گیری مشابه باشد

مشاهده کننده یک نفر باشد

تجزیه آماری و تفسیر نتایج

- بررسی مشاهدات یا داده های خام
- تجزیه داده‌ها طبق طرح انجام شده
- آزمون فرضها
- تفسیر نتایج با بی طرفی

چاپ و انتشار نتایج

جلسه ٤

طرح کاملاً تصادفی یا طرح کرتهای تصادفی

Completely Randomized Designs (CRD)

قبلاً گفته شده که: برای میانگین ۲ نمونه ← آزمون t

مقایسه میانگین چند نمونه (مثلاً ۷ نمونه) ← ؟

از آزمون t می‌توانیم استفاده بکنیم ولی دو مشکل دارد:

۱- محاسبات زیاد: ۲۱ جفت میانگین را بایستی ۲ به ۲ مقایسه کنیم

۲- دقت مقایسات مختلف به دلیل خطای معیار متفاوت، یک اندازه نیست

برای رفع مشکل:

واریانس بین میانگینها محاسبه و نسبت به واریانس خطا سنجیده می‌شود

در اینجا نیز میانگینها ۲ به ۲ با هم مقایسه می‌شوند ولی با یک خطای معیار

در طرحها مقایسه میانگینها تیمارها به همین شکل انجام می‌گیرد

:CRD

طرحی است که در آن اثر تیمار از طریق انتساب آنها به تعداد معینی واحد آزمایشی که به طور کاملاً تصادفی از میان واحدهای موجود انتخاب شده اند مورد بررسی قرار می‌گیرد.

قبلاً گفته شد که:

انتخاب طرح:

۱- نحوه انتساب تیمارها به واحد ای آزمایشی $\xrightarrow{CRD \text{ در}}$ کاملاً تصادفی

۲- ماده آزمایشی $\xrightarrow{CRD \text{ در}}$ کاملاً یکنواخت

مثال: آزمایشهای گلخانه ای و آزمایشگاهی

طرحهای تصادفی

۱- اثر یک عامل مورد بررسی قرار می‌گیرد

گرهبندی یک طرح = (One-way Classification)

طرح CRD

۲- اثر بیش از یک عامل مورد بررسی قرار می‌گیرد

گرهبندی چند طرفه = (Multiple - Classification)

بقیه طرحها

طرز پیاده کردن طرح CRD:

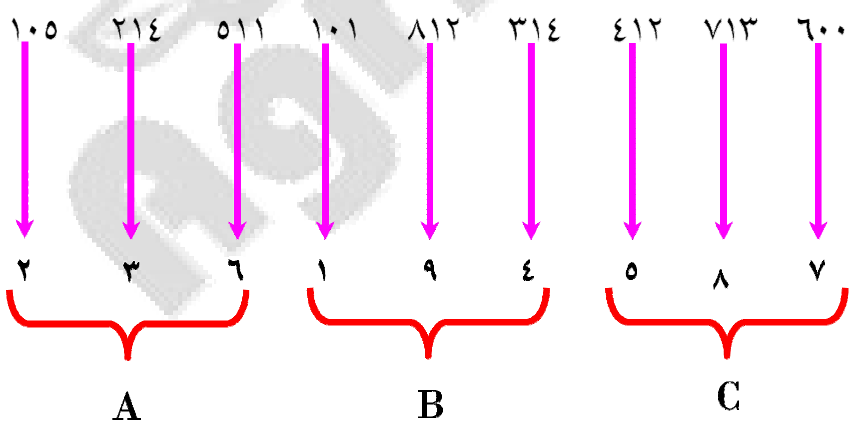
اگر سه تیمار داشته باشیم و در سه تکرار بخواهیم آنها را مورد بررسی قرار دهیم، چند واحد آزمایشی نیاز داریم ؟

پاسخ: ۹ واحد آزمایشی

انتساب تصادفی تیمارها به واحدهای آزمایشی از طریق:

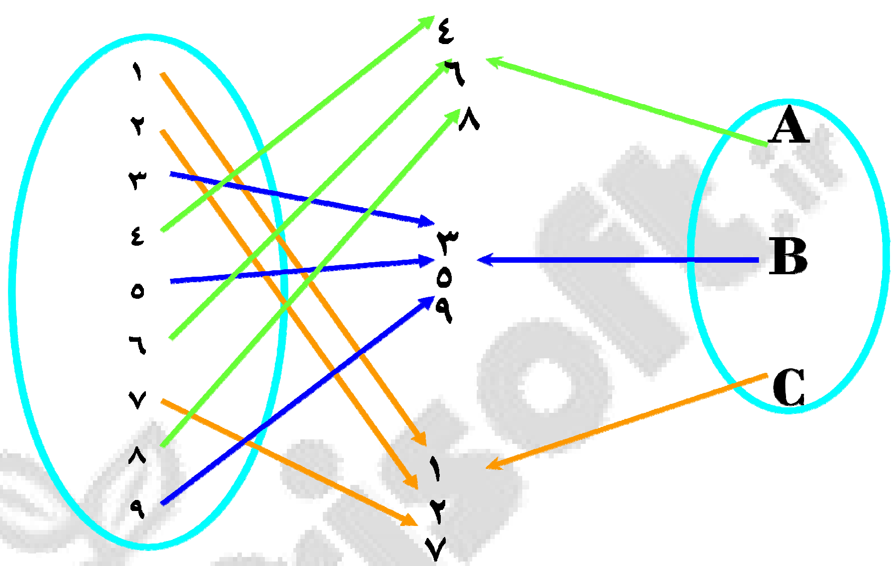
۱- جدول اعداد تصادفی

به تعداد واحدهای آزمایشی از جدول اعداد تصادفی عدد انتحاب می‌شود



۱ B	۲ A	۳ A
٤ B	٥ C	٦ A
۷ C	۸ C	۹ B

۲. استفاده از کیسه



۱ C	۲ C	۳ B
٤ A	٥ B	٦ A
۷ C	۸ A	۹ B

چون تکرارها برای دو تیمار مشابه است ← طرح کاملاً تصادفی متعادل

اگر تعداد تکرارها برای دو تیمار مشابه نباشد ←طرح کاملاً تصادفی نا متعادل

تجزیه آماری طرح CRD :

$$\text{پراکندگی کل} = \underbrace{\text{اثر تیمار} + \text{خطاهای آزمایشی}}$$

SOV (Sources of variation) = منابع تغییرات

تجزیه آماری داده‌ها در قالب تجزیه واریانس طبق جدول زیر انجام می‌شود

Sov	df	ss	ms	Fc	Ft
تیمار (بین میانگین‌ها)	t - ۱				
اشتباه آزمایشی (درون تیمارها)	t (r - ۱)				
کل	**rt - ۱**				

df: درجه آزادی

ss: مجموع مربعات

ms: میانگین مربعات

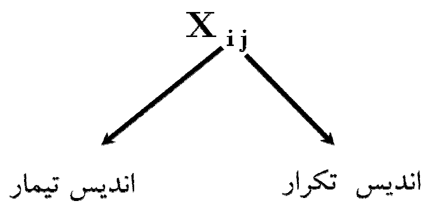
Fc: F محاسبه

Ft: F جدول

در طرح CRD داده‌ها یا مشاهدات در جدولی به شکل زیر تنظیم می‌شود:

تیمار / تکرار	تیمار اول	تیمار دوم	----------	تیمار **t** م
تکرار اول	X_{11}	X_{21}	----------	X_{t1}
تکرار دوم	X_{12}	X_{22}	----------	X_{t2}
⋮	⋮			
تکرار **r** م	X_{1r}	X_{2r}		X_{tr}
جمع تیمار	$X_{1.}$	$X_{2.}$	----------	$X_{t.}$

هر مشاهده در جدول با ۲ اندیس مشخص شده است



$\Sigma_i\ X_{ij}$ ⟶ جمع روی تیمار ⟹ $X_{.j}$

$\Sigma_j\ X_{ij}$ ⟶ جمع روی تکرار ⟹ $X_{i.}$

$\Sigma_{ij}\ X_{ij}$ ⟶ جمع روی تکرار و تیمار ⟹ $X_{..}$

مثال:

چهار رقم گندم در سه تکرار مورد آزمایش قرار گرفتند

نقشه آزمایشی و مشاهدات:

D ۳	B ۳	۹ C
D ۲	A ٤	A ۹
C ۸	D ٤	B ۷
A ۵	B ٦	۷ C

مرحله اول: تنظیم داده‌ها در جدول پایین

تیمار / تکرار	A	B	C	D
۱	۴	۷	۹	۳
۲	۹	۸	۷	۲
۳	۵	۶	۸	۴
جمع تیمار	۱۸	۲۱	۲۴	۹
میانگین تیمارها	۶	۷	۸	۳

مرحله دوم: تکمیل جدول تجزیه واریانس

SOV	df	SS	ms	Ems	Fc	$F_{t(0.05)}$	$F_{t(0.01)}$
تیمار	۳-۱ = ۴						
اشتباه آزمایشی	۴(۳-۱) = ۸						
کل	۱۲-۱ =۱۱						

اساس تجزیه واریانس محاسبه SS برای منابع تغییر می‌باشد

الف - محاسبه مجموع مربعات کل (Total Sum of squar)

فرمول نظری:

$$SST=\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(x_{ij}-\bar{x}..)^{2}$$

$$=(4-6)^{2}+(9-6)^{2}+.........(4-6)^{2}=62$$

SOV	df	SS	ms	Ems	Fc	$F_{t(0.05)}$	$F_{t(0.01)}$
تیمار	۳-۱ = ۴						
اشتباه آزمایشی	۴(۳-۱) = ۸						
کل	۱۲-۱ =۱۱	۶۲					

فرمول کاربردی:

$$SST=\Sigma X_{ij}^{2}-\frac{(\Sigma X_{ij})^{2}}{n}$$

$$=4^{2}+................+4^{2}-\frac{(72)^{2}}{12}=62$$

عامل تصحیح (Correction factor = CF)

SOV	df	SS	ms	Ems	Fc	$F_{t(0.05)}$	$F_{t(0.01)}$
تیمار	۳-۱ = ۴						
اشتباه آزمایشی	۴(۳-۱) = ۸						
کل	۱۲-۱ =۱۱	$\boxed{62}$					

ب- محاسبات مجموع مربعات تیمار (Treatment's Sum of squar)

فرمول نظری:

$$SSt = r\sum_{i=۱}^{t}(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^{۲}$$

$$= ۳\ [\ (۶-۶)^{۲} + (۷-۶)^{۲} + (۸-۶)^{۲} - (۳-۶)^{۲}\ ]=۴۲$$

فرمول کاربردی:

$$SSt = \frac{\Sigma X_{i.}^{\ ۲}}{r} - CF$$

$$\frac{۱۸^{۲} + ... + ۹^{۲}}{۳} - ۴۳۲ = \mathbf{۴۲}$$

$F_{t(0.01)}$	$F_{t(0.05)}$	Fc	Ems	ms	SS	df	SOV
					$\boxed{۴۲}$	۳-۱ = ۴	تیمار
						۴(۳-۱) = ۸	اشتباه آزمایشی
					۶۲	۱۲-۱ =۱۱	کل

ج – محاسبه مجموع مربعات خطای آزمایشی (Error's Sum of Squars)

فرمول نظری:

$$SSe = \Sigma X_{ij}^{۲} - \frac{\Sigma X_{i.}^{۲}}{r_i}$$

$$=(۴-۶)^{۲} + ... + (۴-۳)^{۲} = \mathbf{۲۰}$$

فرمول کاربردی:

$$SSe = \Sigma X_{ij}^{۲} - \frac{\Sigma X_{i.}^{۲}}{r_i}$$

$SSe = SST - SS_t$

$= ۶۲-۴۲ = \mathbf{۲۰}$

$F_{t(0.01)}$	$F_{t(0.05)}$	Fc	Ems	ms	SS	df	SOV
					۴۲	۳-۱ = ۴	تیمار
					$\boxed{۲۰}$	۴(۳-۱) = ۸	اشتباه آزمایشی
					۶۲	۱۲-۱ =۱۱	کل

محاسبات میانگین مربعات (Mean Squar = MS)

$$MS_t = \frac{SS_t}{df_t} = \frac{٤٢}{٣} = ١٤$$

$$MS_e = \frac{SS_e}{df_e} = \frac{٢٠}{٨} = ٢/٥$$

SOV	df	SS	ms	Ems	Fc	$F_{t(0.05)}$	$F_{t(0.01)}$
تیمار	۴ = ۱-۳	۴۲	**۱۴**				
اشتباه آزمایشی	۸ = (۱-۳)۴	۲۰	**۵/۲**				
کل	۱۱= ۱-۱۲	۶۲					

محاسبه :F

$$F_c = \frac{ms_t}{ms_e} = \frac{١٤}{٢/٥} = ٥/٦$$

SOV	df	SS	ms	Ems	Fc	$F_{t(0.05)}$	$F_{t(0.01)}$
تیمار	۴ = ۱-۳	۴۲	۱۴		**۵/۶**		
اشتباه آزمایشی	۸ = (۱-۳)۴	۲۰	۵/۲				
کل	۱۱= ۱-۱۲	۶۲					

استخراج F جدول :

F٪۵ و (۳ ،۸) = ۴/۰۷

F٪۱ و (۳ ،۸) = ۷/۵۹

SOV	df	SS	ms	Ems	Fc	$F_{t(0.05)}$	$F_{t(0.01)}$
تیمار	۴ = ۱-۳	۴۲	۱۴		۵/۶	**۴/۰۷**	**۷/۵۹**
اشتباه آزمایشی	۸ = (۱-۳)۴	۲۰	۵/۲				
کل	۱۱= ۱-۱۲	۶۲					

توضیح:

F_t = ۴/۰۷ < F_c = ۵/۶ ← میانگین تیمارها در سطح ۵٪ متفاوت است

چون: F_t = ۷/۵۹ > F_c = ۵/۶ ← میانگین تیمارها در سطح ۱٪ متفاوت نیست

توضیح:

در جدول تجزیه واریانس =

$$EMS_e = \sigma_e^{٢}$$

$$EMS_{t} = \sigma_{e}^{2} + r\sigma_{t}^{2}$$

$$F_{c} = \frac{\sigma_{e}^{2} + r\sigma_{t}^{2}}{\sigma_{e}^{2}} = \frac{\sigma_{e}^{2}}{\sigma_{e}^{2}} + \frac{r\sigma_{t}^{2}}{\sigma_{e}^{2}} = 1 + \frac{r\sigma_{t}^{2}}{\sigma_{e}^{2}}$$

پس:

اگر ۱ $\leq$ Fc باشد ← میانگین تیمارها تفاوت ندارند.

ولی:

اگر ۱ $>$ Fc باشد ←بایستی با Ft مقایسه شود

در تجزیه واریانس ۱۰ مرحله وجود دارد.

۱ – محاسبه df

۲ – محاسبه CF

۳ – محاسبه SST

۴ – محاسبه SS_t

۵ – محاسبه SS_e

۶ – محاسبه MS_t

۷ – محاسبه ms_e

۸ – محاسبه FC

۹ – استخراج F_t

۱۰ – نتیجه گیری

مزایای طرح :CRD

۱- می‌توان هر تعداد تیمار و تکرار استفاده کرد.

۲ – تیمارها می‌توانند تعداد نا مساوی تکرار داشته باشند.

۳ – تجزیه آماری طرح بسیار ساده است.

۴ – از بین رفتن یک یا چند واحد آزمایشی مشکلی بوجود نمی آورد .

۵ – درجه آزادی خطاهای آزمایشی نسبت به طرحهای دیگر بیشتر است ← افزایش دقت.

معایب طرح CRD

۱- دقت طرح خیلی زیاد نیست چون بجز تیمار بقیه عواملی که در پراکندگی مشاهدات نقش دارند جزء خطاهای آزمایشی طرح قرار می‌گیرند.

...

جلسه ۵

ادامه طرحهای کاملاً تصادفی (CRD)

الف: CRD با تکرار نا مساوی = طرح CRD نا متعادل

ب: CRD با نمونه های فرعی (Snbsampling)

الف: CRD با تکرار نا مساوی = طرح CRD نا متعادل

در بعضی موارد داشتن تکرار مساوی برای همه تیمارها وجود ندارد

مثلاً:

- نداشتن مواد آزمایشی کافی
- از بین رفتن مواد آزمایشی در حین اجرای آزمایش

در CRD نا متعادل ⟵ مدل آماری، فرضیات آزمایش، فرض های مورد آزمون و جدول تجزیه واریـانس شبیه CRD متعادل است. پس تفاوت در چیست ؟⟵ در محاسبه df و ss می‌باشد.

SOV	df	نظری	کاربردی
بین تیمار	t - ۱	$r_i\Sigma(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^۲$	$\frac{\Sigma y_{i.}^۲}{r_i}-\frac{(\bar{y}..)^۲}{\Sigma ri}$
خطای آزمایشی (درون تیمار)	$\Sigma(r_i-۱)$	$\Sigma(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^۲$	$\Sigma y_{ij}^۲-\frac{(\Sigma y_{i.})^۲}{r_i}$
کل	$\boxed{\Sigma r_i-۱}$	$\boxed{\Sigma(y_{ij}-\bar{y}_{..})^۲}$	$\Sigma y_{ij}^۲-\frac{(y..)^۲}{\Sigma r_i}$

مثال:

چهار نژاد دام (A,B,C,D) که از هر کدام به ترتیب ۲، ۳، ۴، راس در اختیار بود در طـرح CRD میـزان شیردهی آنها مورد بررسی قرار گرفت. دامها از نظر سن، وزن، و سایر خصوصیات مشابه بودند.

تیمار / تکرار	A	B	C	D
۱	۱۵	۹	۱۰	۹
۲	۱۴	۸	۱۲	۸
۳	۱۳	۷	۱۱	–
۴	۱۴	–	–	–
$y_{i.}$	۵۶	۲۴	۳۳	۱۷
$\bar{y}_{i.}$	۱۴	۸	۱۱	۸/۵

محاسبه SS منابع تغییر

$$CF=\frac{(y..)^{۲}}{\Sigma r_i}=\frac{(۱۳۰)^{۲}}{۱۲}=۱٤۰۸/۳۳$$

$$SST=\Sigma y_{ij}^{۲}-CF=۱٥^{۲}+۱٤^{۲}+...+۸^{۲}-۱٤۰۸/۳۳=۸۱/٦۷$$

$$SSt=\frac{\Sigma y_{i.}^{۲}}{r_i}-CF=\frac{٥٦^{۲}}{٤}+\frac{۲٤^{۲}}{۳}+\frac{۳۳^{۲}}{۳}+\frac{۱۷^{۲}}{۲}-۱٤۰۸/۳۳=۷٥/۱۷$$

$$SSe=SST-SSt=۸۱/٦۷-۷٥/۱۷=٦/٥$$

SOV	df	ss	ms	F
بین تیمار	۳	۷۵/۱۲	۲۵/۰۶	۳۰/۹
خطای آزمایشی	۸	۶/۵	۰/۸۱	
کل	۱۱	۸۱/۶۷		

ب: طرح CRD با نمونه های فرعی (چند مشاهده در هر واحد آزمایشی)

در آزمایشها:

از هر واحد آزمایش ← ۱ نمونه ← ۱ مشاهده ← ۱ عدد

از هر واحد آزمایش ← چند نمونه ← چند مشاهده ← چند نمونه

ممکن است در حالت دوم، میانگین نمونه‌ها محاسبه شود ← ۱ مشاهده ← ۱ عدد ← محاسبه تفاوت بین نمونه‌ها ممکن نیست.

هر نمونه به صورت مجزا ← چند مشاهده ← خطای نمونه برداری محاسبه می‌شود.

مثال: ۳ تیمار در سه تکرار و سه نمونه در هر تکرار

A نمونه ۱ نمونه ۲ نمونه ۳	C	٦ B
B ۱۲ ۱۰ ۹	C	C
A	B	A

مدل آماری طرح:

$$y_{ijk} = \mu + T_i + e_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

تیمار   تکرار   نمونه

y_{ijk} : مشاهده شماره K از تکرار j و تیمار i

μ : میانگین آزمایش تحت فرض صفر = $\bar{y}_{...}$

T_i: اثر تیمار ← $\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$

e_{ij}: خطای آزمایشی ← $\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..}$

ε_{ijk}: خطای نمونه برداری ← $y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}$

بنابراین:

$$y_{ijk} = \bar{y}_{...} + (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..}) + (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})$$

اگر $\bar{y}_{...}$ به طرف چپ معادله برده شود و به توان ۲ برسد و برای کل مشاهدات محاسبه شود و هم چنین اجزاء طرف راست معادله به توان ۲ برسند و مجموع آنها برای تکرارها و نمونه محاسبه شود ← فرمول نظری SS برای منابع تغییر

جدول تجزیه واریانس CRD با چند مشاهده

منابع تغییر	df	SS نظری	SS کاربردی
تیمار	t -۱	$rs\Sigma(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^۲$	$\frac{\Sigma y_{i..}^۲}{rs} - \frac{(y_{...})^۲}{rst}$
خطای آزمایشی	t(r -۱)	$s\Sigma(y_{ij.} - \bar{y}_{i..})^۲$	$\frac{\Sigma y_{ij.}^۲}{s} - \frac{(y_{i..})^۲}{rs}$
خطای نموداری	tr(s -۱)	$\Sigma(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^۲$	$SST - SSt - SSe$
کل	trs-۱	$\Sigma(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^۲$	$\Sigma y_{ijk}^۲ - \frac{(y_{...})^۲}{rts}$

مثال:

در یک آزمایش تاثیر دو میزان درجه حرارت شب (کم و زیاد) و ۳ طول مدت روشنایی (۱۶، ۱۲، ۸ ساعت) بر رشد گیاه نعنا در گلخانه مورد بررسی قرار گرفت.

در این آزمایش از ۱۸ گلدان که در هر کدام ۴ بذر نعنا کاشته شده بود استفاده گردید.

شماره گیاه در هر گلدان	درجه حرارت کم									درجه حرارت زیاد								
	۸ ساعت			۱۲ ساعت			۱۶ ساعت			۸ ساعت			۱۲ ساعت			۱۶ ساعت		
	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳	گ۳
۱	۳/۵	۲/۵	۳													۷	۶	۸
۲	۴	۴/۵	۳													۹	۷	۷
۳	۳	۵/۵	۲/۵													۸/۵	۷	۹
۴	۴/۵	۵	۳													۸/۵	۷	۸
$y_{ij.}$	۱۵	۱۷/۵	۱۱/۵	۱۸	۱۴	۱۷/۵	۱۹	۲۱/۵	۲۲	۳۲	۲۸	۲۸	۲۲	۲۶/۵	۲۹	۳۳	۲۷	۳۵
$y_{i..}$	۴۴			۴۹/۵			۶۲/۵			۸۸			۷۷/۵			۹۵		
$\bar{y}_{i.}$	۳/۷			۴/۱			۵/۲			۷/۳			۶/۵			۷/۹		

محاسبه CF :

$$CF = \frac{(٤١٦/٥)^{٢}}{٦\times٣\times٤} = ٢٤٠٩/٣٤$$

محاسبه مجموع مربعات کل:

$$SST = (٣/٥)^{٢} + (٤)^{٢} + ... + (٨)^{٢} - ٢٤٠٩/٣٤ = ٢٥٥/٩١$$

محاسبه مجموع مربعات تیمار:

$$SSt = \frac{\Sigma y_{i..}^{٢}}{rs} - \frac{(y...)^{٢}}{rts}$$

$$= \frac{٤٤^{٢} + ٤٩/٥^{٢} + ٦٢/٥^{٢} + ٨٨^{٢} + ٧٧/٥^{٢} + ٩٥^{٢}}{٣\times٤} - ٢٤٠٩/٣٤ = ١٧٩/٦٤$$

محاسبه مجموع مربعات خطاهای آزمایشی:

$$SSe = \frac{\Sigma y_{ij.}^{٢}}{s} - \frac{(y_{i..})^{٢}}{rs}$$

$$= \frac{١٥^{٢} + ١٧/٥^{٢} + ... + ٣٥^{٢}}{٤} - \frac{٤٤^{٢} + ... + ٩٥^{٢}}{١٢} = ٢٥/٩٣$$

محاسبه مجموع مربعات خطای نمونه برداری:

$$SS_{SE} = SST - SSt - SSe$$

= ۲۵۵/۹۱ − ۱۷۹/٦٤ − ۲۵/۹۳ = ۵۰/۳٤

F	ms	ss	df	SOV
۱۶/۷**	۳۵/۹۳	۱۷۹/۶۴	۶-۱=۵	تیمار
۲/۳*	۲/۱۵	۲۵/۸۳	۶(۳-۱)=۱۲	خطای آزمایشی
	۰/۹۳	۵۰/۴۴	۵۴=(۱-۴)(۳)(۶)	خطای نمونه برداری
		۲۵۵/۹۱	۷۱= ۱- (۴×۳×۶)	کل

طرح CRD نامتعادل با چند مشاهده:

مثال:

برای ارزیابی یک محصول صنعتی، نمونه هائی از آن که در ۳ ناحیه A ، B و C تولید شده بود مورد مقایسه قرار گرفت. از ناحیه A سه کارخانه، از ناحیه B چهار کارخانه و از ناحیه C دو کارخانه و از هر کارخانه ۲ نمونه ارزیابی گردید.

ناحیه (تیمار)									
C		B				A			
۲	۱	۴	۳	۲	۱	۳	۲	۱	کارخانه / نمونه
۸	۹	۵	۷	۶	۷	۷	۴	۵	نمونه ۱
۷	۸	۶	۵	۲	۶	۳	۶	۴	۲
۱۵	۱۷	۱۱	۱۲	۸	۱۳	۱۰	۱۰	۹	جمع کارخانه
۳۲		۴۴				۲۹			جمع ناحیه

محاسبه : CF

$$CF = \frac{(y...)^{۲}}{s\Sigma r_i} = \frac{(۱۰۵)^{۲}}{۲(۹)} = ٦۱۲/۵$$

محاسبه مجموعا ت مربعات کل:

$$SST = \Sigma y_{ijk}^{۲} - CF$$

$$۵^۲ + ۴^۲ + ... + ۷^۲ - ۶۱۲/۵ = ۵۶/۵۰$$

محاسبه مجموع مربعات ناحیه (تیمار):

$$SS_D = \frac{y_{i..}^۲}{sr_i} - CF$$

$$\frac{۲۹^۲}{۲(۳)} + \frac{۴۴^۲}{۲(۴)} + \frac{۳۲^۲}{۲(۲)} - ۶۱۲/۵ = ۲۵/۶۷$$

محاسبه مجموع مربعات کارخانه در ناحیه (تکرار):

$$SS_{F/D} = \frac{\Sigma y_{ij.}^۲}{s} - \underbrace{CF - SSD}_{\frac{(y_{i..})^۲}{sr_i}}$$

$$= \frac{۹^۲ + ۱۰^۲ + ... + ۱۵^۲}{۲} - ۶۱۲/۵ - ۲۵/۶۷ = ۸/۳۳$$

محاسبه مجموع مربعات نمونه در کارخانه در ناحیه:

$$SS_{S/F/D} = SST - SS_D - SS_{F/D}$$

$$= ۵۶/۵ - ۲۵/۶۷ - ۸/۳۳ = ۲۲/۵$$

F	ms	ss	df	SOV
$۱۲/۸ / ۱/۳۹ = ۹/۲۱^*$	۱۲/۸	۲۵/۶۷	۲	ناحیه
$۱/۳۹ / ۲/۵ < ۱^{ns}$	۱/۳۹	۸/۳۳	۶	کارخانه
	۲/۵	۲۲/۵	۹	نمونه در کارخانه
		۵۶/۵	۱۷	کل

جلسه ٦

مقایسه میانگین تیمارها (mean comparisons)

اگر فرض صفر رد شود (مساوی بودن میانگین تیمارها) ← میانگین تیمارها مساوی نیست یا از نظر آماری تفاوت معنی داری بین میانگین‌ها وجود دارد.

تفاوت به چه صورت است؟

آیا همه تیمارها با هم تفاوت معنی دار دارند؟

آیا تعدادی از آنها مساوی هستند و تعداد دیگر متفاوت؟

به طور کلی:

F معنی دار← حداقل بین دو میانگین از نظر آماری تفاوت معنی دار وجود دارد.

برای روشن کردن موضوع ← مقایسه ۲ به ۲ تیمارها

روش‌های مقایسه میانگین‌ها

۱- آزمون حداقل تفاوت معنی دار LSD (Least Significant Differences)

۲- آزمون چند دامنه دانکن (Duncan's Multiple Range Test)

۳- آزمون توکی(Tukey)

۴- آزمون SNK (Student – Newman – Kenls)

۵- آزمون دانت (Dunnett)

LSD

LSD: حداقل تفاوتی است که می‌باید بین دو میانگین وجود داشته باشد تا اختلاف آنها از لحاظ آماری معنی دار تلقی گردد.

$$\textbf{LSD} = t_{\alpha/2, dF_e} \times S_{\bar{d}}$$

جدول

انحراف معیار توزیع تفاوت میانگین ها
یا
خطای معیار یا خطای استاندارد

$S_{\bar{d}}$ برای طرح کاملا تصادفی با r تکرار برابر است با:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2ms_e}{r}}$$

میانگین مربعات خطای آزمایشی

تکرار

قبلا در آزمون t گفته شد که

$$t = \frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}}$$

$$\bar{d} = t \times s_{\bar{d}}$$

اگر تفاوت دو میانگین $\geq$ LSD ← تفاوت معنی دار است

روش LSD:

- قدیمی ترین
- ساده ترین
- به طور وسیعی استفاده می‌شود

روش صحیح کاربرد LSD مهم می‌باشد:

- مقایسات مستقل
- مقایسه تیمارها با تیمار شاهد
- F معنی دار باشد.

مقایسات مستقل: اطلاعات از یک مقایسه از مقایسه دیگر حاصل نشود.

مثال:

تیمار ⟹	**A**	**B**	**C**
میانگین ⟹	**۱۰**	**۲۰**	**۳۰**

اگر A و B تفاوت معنی دار داشته باشد ← A با C نیز متفاوت است.

اگر A و C تفاوت معنی دار نداشته باشد ← A با B نیز مساوی خواهد شد.

مثال: در آزمایش عملکرد چهار واریته گندم در سه تکرار:

A = ۱۱/۹ B = ۱۲/۲ C =۱۰/۳ D = ۱۵/۴

F^{**}

مقایسه میانگین‌ها از طریق LSD:

$$LSD_{\%۱} = t_{۰/۰۱(dF_e)} \times S_{\bar{d}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{۲(ms_e)}{r} = \frac{۲(۰/۳۷)}{۳}} = ۰/۴۹۶۷$$

$$t_{\%۱,۸} = ۳/۳۳۵$$

$$LSD = ۳/۳۵۵ \times ۰/۴۹۶۷ = ۱/۶۷$$

پس بنابراین:

تفاوت بین دو میانگین بایستی حداقل ۱/۶۷ باشد تا بتوانیم بگوییم که آن دو میانگین بطور معنی داری با هم تفاوت دارند.

مقایسه تیمار C, B:

$$\left|\bar{B} - \bar{C}\right| = \left|۱۲/۲ - ۱۰/۳\right| = ۱/۹$$

چون ۱/۶۷ < ۱/۹ ← میانگین‌ها متفاوت

بقیه میانگین‌ها به همین ترتیب با هم مقایسه می‌شوند.

روش سریعتر مقایسه میانگین‌ها بعد از مشخص شدن LSD :

۱- میزان LSD از بزرگترین میانگین کم می‌شود.

۱۵/۴- ۱/۶۷ =۱۳/۷۳

۲- عدد حاصل شده با میانگین‌ها مقایسه می‌شود.اگر کوچکتر باشد تفاوت D با آن میانگین معنی دار نیست ولی اگر مساوی یا بزرگتر باشد تفاوت معنی دار است.

۳- مقدار LSD از دومین میانگین کم میشود و...

مثال ۲: مقایسه میانگین‌ها در آزمایش CRD نامتعادل:

تکرارها متفاوت← S_d متفاوت← LSD متفاوت

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{ms_e(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2})}$$

مقایسه تیمار A با B:

$$\mathrm{LSD} = ۳/۳۵۵ \times S_{\bar{d}}$$

$$\mathrm{LSD} = ۳/۳۵۵\sqrt{۰/۸۱(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳})} = ۲/۳۱$$

$$|\bar{A}-\bar{B}| = |۱۴-۸| = ۶^{**}$$

مقایسه تیمار A با D:

$$\mathrm{LSD} = ۳/۵۵\sqrt{۰/۸۱(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲})} = ۲/۶۱$$

$$|\bar{A}-\bar{D}| = |۱۴-۸/۵| = ۵/۵^{**}$$

مقایسه تیمار B با C:

$$\mathrm{LSD} = ۳/۵۵\sqrt{\frac{۲(۰/۸۱)}{۳}} = ۲/۴۶$$

$$|\bar{B}-\bar{C}| = |۸-۱۱| = ۳^{**}$$

مقایسه تیمار B با D:

$$\mathrm{LSD} = ۳/۵۵\sqrt{۰/۸۱(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲})} = ۲/۷۶$$

$$|\bar{B}-\bar{D}| = |۸-۸/۵| = ۰/۵^{ns}$$

مقایسه تیمار C با D:

به عنوان تمرین باشد.

آزمون دانکن

قبلا گفته شد که LSD:

- مقایسات مستقل
- مقایسه با شاهد
- در غیر موارد فوق ⟵ افزایش سطح اطمینان (α)

برای رفع مشکل:

- افزایش مقدار حداقل تفاوت معنی دار (آزمون توکی)
- استفاده از مقادیر مختلف حداقل تفاوت معنی دار(LSD) (آزمون دانکن)

در آزمون دانکن، میانگینها بر مبنای دامنه تغییرات مقایسه می‌شوند

مثال:

اگر:

$\bar{y}_{1.} = 10$

$\bar{y}_{2.} = 15$

$\bar{y}_{3.} = 20$

مقایسه $\bar{y}_{1.}$ با $\bar{y}_{2.}$ با یک معیار سنجیده شود.

مقایسه $\bar{y}_{1.}$ با $\bar{y}_{3.}$ با یک معیار دیگر سنجیده شود.

دامنه مقایسه اول ۲ است. و دامنه مقایسه دوم ۳ می‌باشد.

آزمایش عملکرد چهار واریته گندم در سه تکرار

SOV	df	ss	ms	F
تیمار	۳	۴۱/۲۳	۱۳/۷۴	۳۷/۲**
خطای آزمایشی	۸	۲/۹۲	۰/۳۷	
کل	۱۱	۴۴/۱۷		

میانگین ها:

A =۱۲/۲   B =۱۱/۹   C =۱۰/۳   D =۱۵/۴

الف) محاسبه انحراف معیار توزیع میانگین‌ها ($S_{\bar{y}}$):

$$S_{\bar{y}}=\sqrt{\frac{\mathrm{ms_e}}{\mathrm{r}}}=\sqrt{\frac{۰/۳۷}{۳}}=۰/۳۵$$

ب) استخراج مقادیر دامنه دار (SSR) Significant Studentized Ranges

از جدول SSR:

dFe

دامنه تیمار= فاصله تیمارها ازهم دیگر

حداکثر دامنه = تعداد کل تیمار

حداقل دامنه = ۲

پس بنابراین:

دامنه تیمار	۲	۳	۴
SSR	۴/۷۴	۵	۵/۱۴

ج) محاسبه مقادیر حداقل دامنه‌های معنی دار(Least significant Ranges (LSR

$$\mathrm{LSR} = \mathrm{SSR} \times \mathrm{S}_{\bar{y}}$$

$$\mathrm{LSR}_۱ = ۴/۷۴ \times ۰/۳۵ = ۱/۶۷$$

$$\mathrm{LSR}_۲ = ۵ \times ۰/۳۵ = ۱/۷۵$$

$$\mathrm{LSR}_۳ = ۵/۱۴ \times ۰/۳۵ = ۱/۸۰$$

د) مقایسه تفاوت دو به دو تیمارها با LSR مربوطه

اگر:

تفاوت دو میانگین > LSR ← معنی دار

تفاوت دو میانگین =< LSR ← معنی دار نیست.

شیوه نشان دادن نتایج مقایسه میانگین‌ها:

۱- جدول تفاضل میانگینها

۲- روش خط کشی

۳- روش حروف الفبا

۱. جدول تفاضل‌ها:

الف- تفاوت دو به دو میانگین دو جدولی نوشته می‌شود.

واریته	A	B	C
B	**۰/۳**		
C	**۱/۹**	**۱/۶**	
D	**۳/۲**	**۳/۵**	**۵/۱**

ب) تفاوت هر دو میانگین با LSR مربوطه مقایسه میشود.

اگر تفاوت > LSR بود ← معنی دار

اگر تفاوت = < LSR بود ← غیر معنی دار

ns ← ۱/۶۷ > ۰/۳

** ← ۱/۷۵ < ۱/۹

** ← ۱/۶۷ < ۳/۲

ns ← ۱/۶۷ > ۱/۶

** ← ۱/۷۵ < ۳/۵

** ← ۱/۸ < ۵/۱

۲. روش خط کشی:

۱- میانگین از بزرگ به کوچک مرتب می‌شوند.

D	A	B	C
۱۵/۴	**۱۲/۲**	**۱۱/۹**	**۱۰/۳**

۲- مقایسه بزرگترین میانگین با میانگین و میانگین‌های بعدی:

چون ۳/۲ > ۱/۶۷ ← معنی دار ← زیر دو میانگین خط کشیده نمی‌شود

۳- مقایسه دومین میانگین (A) با میانگین و میانگین‌های بعدی:

چون ۰/۳ < ۱/۶۷ ← معنی دار نیست ← زیر دو میانگین خط کشیده می‌شود.

D	A	B	C
۱۵/۴	**۱۲/۲**	**۱۱/۹**	**۱۰/۳**

مقایسه A با C:

چون ۱/۹ > ۱/۷۵ ← معنی دار ← خط کشیده نمی‌شود

مقایسه B با C:

چون ۱/۶ < ۱/۶۷ ← معنی دار نیست ← خط کشیده می‌شود

نتیجه: میانگین‌های که دارای خط مشترک هستند تفاوت معنی داری ندارند.

۳. روش حروف الفبا

مشابه روش خط کشی است با این تفاوت که به جای ترسیم خط به میانگینهای که فاقد اختلاف معنی دار هستند یکی از حروف الفبا اختصاص می‌یابد.

D	A	B	C
۱۵/۴	**۱۲/۲**	**۱۱/۹**	**۱۰/۳**
a	b	bc	C

آزمون دانکن در CRD نا متعادل

تمام مراحل مشابه است؛ به جز محاسبهٔ $S_{\bar{y}}$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{۲}(\frac{۱}{r_۱}+\frac{۱}{r_۲})}$$

مثال:

در مقایسه تیمارهای A، B، C، D به ترتیب با ۳،۳،۴و۲ تکرار ← محاسبه چهار $S_{\bar{y}}$

۱- برای مقایسه C,B ← $S_y = \sqrt{\frac{ms_e}{r}}$

۲- برای مقایسه A با تیمارهای C,B ← $S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{۲}(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳})}$

۳- برای مقایسه D,A ← $S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{۲}(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲})}$

۴- برای مقایسه D با C , B ← $S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{۲}(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲})}$

آزمون توکی(**Tukey**)

برای رفع اشکال آزمون LSD

۱- آزمون دانکن

۲- افزایش مقدار حداقل تفاوت معنی دار

توکی:

تفاوت حقیقی معنی دار (Honestly Significant Difference)

HSD

HSD برمبنای بزرگترین دامنه

$$\boxed{HSD = q \times S_{\bar{y}}}$$

از جدول q

حداکثر دامنه

α

انحراف معیار توزیع میانگین

تفاوت HSD و LSD

- بجای t از q (حداکثر دامنه)
- بجای S_d از $S_{\bar{y}}$

مثال:

در آزمایش عملکرد چهار رقم گندم:

الف) محاسبه $S_{\bar{y}}$:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\mathrm{ms_e}}{\mathrm{r}}} = \frac{۰/۳۷}{۳} = ۰/۳۵$$

ب) استخراج q از جدول

α = ٪۱

q = ۶/۲۰۴ ⟵ dFe = ۸

P = ۴

ج) محاسبه HSD:

HSD = ۶/۲۰۴ × ۰/۳۵ =۲/۱۷

د) شیوه نشان دادن مقایسه:

D	A	B	C
۱۵/۴	**۱۲/۲**	**۱۱/۹**	**۱۰/۳**

اگر تفاوت دو میانگین < = HSD ← غیرمعنی دار

ولی اگر تفاوت دو میانگین > HSD ← معنی دار

آزمون SNK:

ادغام دو روش توکی و دانکن

q

دامنه تغییرات

مثال:

در یک آزمایش مقایسه شش تیمار مورد نظر بود که درآن

$S_{\bar{y}}$ =۰/۴۲

الف- استخراج مقادیر q برای دامنه‌های مختلف

P (دامنه)	۲	۳	۴	۵	۶
q	۴/۳۲	۵/۰۴	۵/۵	۵/۸۴	۶/۱
۱۲ و ۰/۰۱					

ب- محاسبه HSD:

دامنه ۱ ⟶ HSD=۴/۳۲ ×۰/۴۲=۱/۸۱

دامنه ۲ ⟶ HSD=۵/۰۴ ×۰/۴۲=۲/۱۱

⋮

دامنه ۶ ⟶ HSD=۶/۱ ×۰/۴۲=۲/۵۶

HSD	۱/۸۱	۲/۱۲	۲/۳۱	۲/۴۵	۲/۵۶

ج- مرتب نمودن تیمارها و انجام مقایسه

تیمارها	→	۶	۴	۵	۳	۲	۱
میانگین‌ها	→	۷/۹	۷/۳	۶/۵	۵/۲	۴/۱	۳/۷
		a	**ab**	**ab**	**bc**	**c**	**c**

آزمون دانت:

ماندآزمون LSD منظور مقایسه تیمارها با شاهد است

با این تفاوت که تعداد مقایسه با شاهد در آزمون دانت مورد توجه قرار می‌گیرد.

آزمایش ۱: ۳ تیمار و ۵ تکرار

SOV	df
تیمار	۲
خطا	۱۲
کل	۱۴

مقایسه با شاهد= ۲

آزمایش ۲: ۴ تیمار و ۴ تکرار

SOV	df
تیمار	۳
خطا	۱۲
کل	۱۵

مقایسه با شاهد= ۳

مقدار t جدول برای هر دو آزمایش مساوی است؛ زیرا dfe یکسان است.

$$D = t' \times s_{\bar{d}}$$

t' = همان مقدار t جدول است که در آن تعداد محاسبه با شاهد نیز منظور گردیده است

مقایسه روشها

LSD ← مقایسات مستقل-مقایسه با شاهد

Duncan ← دقیق تر- محاسبات بیشتر

توکی← تعداد کمتری از اختلافات معنی دار میشوند

SNK ← همانند دانکن است با مورد استفاده کمتر

جلسه ۷

طرح بلوک های کامل تصادفی

Randomized **C**omplete **B**lock **D**esign

RCBD

در طرح CRD، ماده آزمایشی کاملاً یکنواخت بوده و تیمار تنها عامل مورد بررسی است؛ ولی در بسیاری از آزمایشها، ماده آزمایشی کاملاً یکنواخت نبوده ← افزایش خطای آزمایشی ← کاهش دقت آزمایش

بطور مثال:

X Y

حاصلخیزی زیاد → حاصلخیزی کم

W Z

اگر از طرح CRD استفاده شود ممکن است ← چند تیمار در سمت حاصلخیز قرار گیرد ← اختلاف تیمار در اثر غیر یکنواختی ماده آزمایشی ← نتیجه گیری اشتباه در مقایسه تیمارها

اگر ۴ تیمار در سه تکرار بصورت CRD داشته باشیم

A	C	C	A
B	B	B	D
A	D	C	D

حاصل خیزی زیاد ← حاصل خیزی کم

تفاوت میانگین تیمارها D، A تنها بخاطر ماهیت آنها نیست؛ بلکه در این تفاوت نقش حاصلخیزی خاک نیز مؤثر است.

اگر A و D بطور ذاتی مساوی باشند در این آزمایش به خاطر حاصلخیزی خاک D < A خواهد بود ← کاهش دقت و صحت آزمایش.

پس چه کار باید کرد ؟

الف. واحدهای آزمایشی بر اساس یکنواختی ماده آزمایشی دسته بندی می‌شود؛ یعنی واحدهای آزمایشی مشابه در یک دسته قرار می‌گیرند

نکته نهم: تعداد واحدهای آزمایشی در هر دسته برابر با تعداد تیمار می‌باشد

ب. تفاوتهای ناشی از عدم یکنواختی واحدهای آزمایشی با محاسبه واریانس بین دسته بر آورد می‌گردد.

← کاهش خطای آزمایشی و افزایش دقت در میانگین تیمارها

طرز عمل در طرح RCBD

۱- واحدهای آزمایشی دسته بندی یا گروه بندی می‌شوند وبه هر دسته یا گروه ((بلوک)) گفته می‌شود

۲- بلوک بندی طوری انجام میگیرد که در هر بلوک واحدهای آزمایشی یکنواخت و مشابه قرار گیرند.

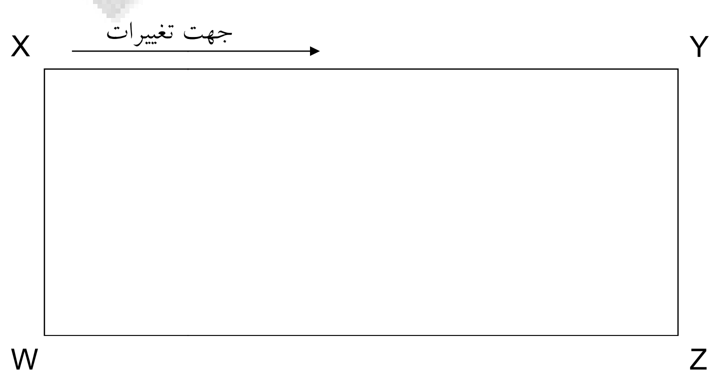
۳- بلوک بندی عمود بر جهت شیب تغییرات انجام میگیرد.

۴- تیمارها به نحوی به واحدهای آزمایشی اختصاص می‌یابد که در هر بلوک تمامی تیمارها وجود داشته باشند.این کاربه صورت تصادفی برای هر بلوک انجام می‌شود.

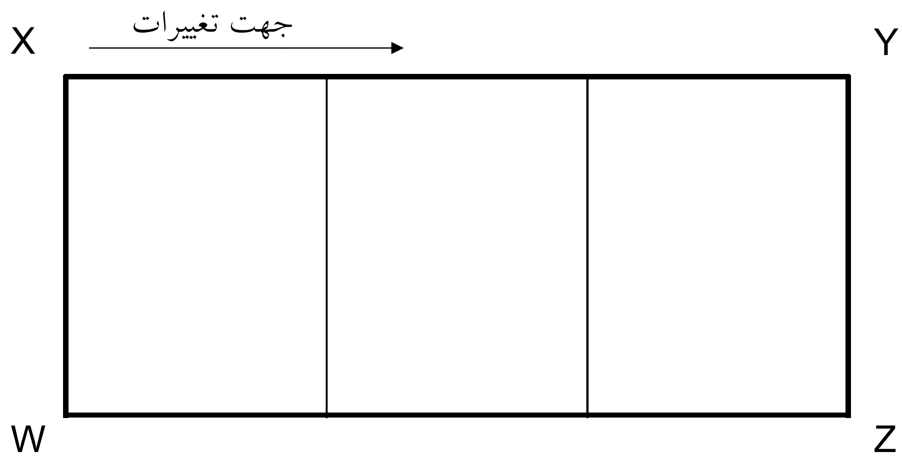
مثال:

نقشه طرح RCBD برای مقایسه ۴ تیمار در سه تکرار

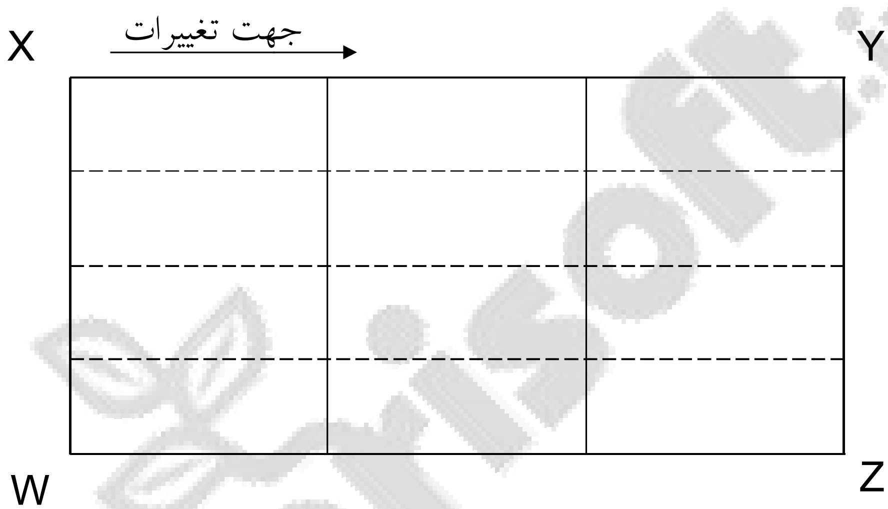
تعداد واحدهای آزمایشی ← ۳ × ۴ = ۱۲



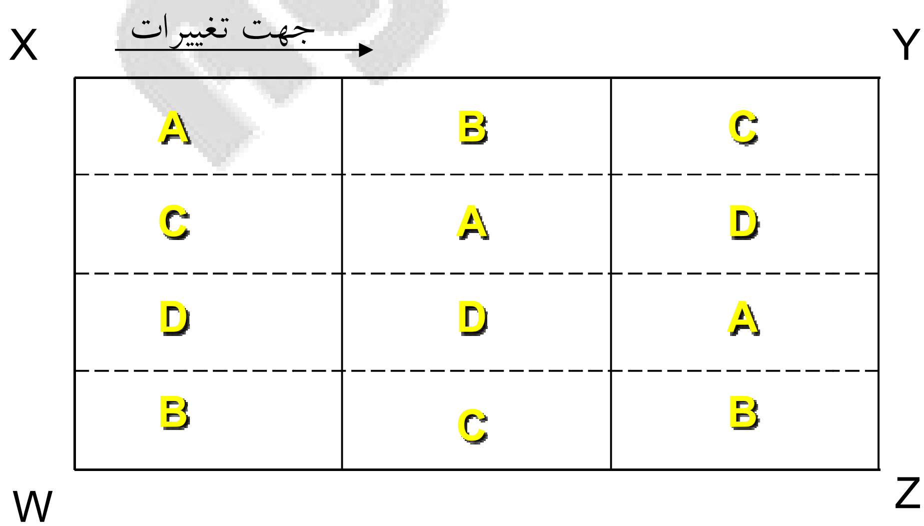
۱- چون جهت تغییرات از xw به طرف yz است ← به تعداد تکرارها بلوک تشکیل می‌دهیم



۲- هر بلوک به اندازه تعداد تیمارها تقسیم بندی می‌شود و هر قطعه یک واحد آزمایشی را تشکیل می‌دهد.



۳- تیمارها در هر بلوک بصورت جداگانه به واحدهای آزمایش انتساب می‌شود



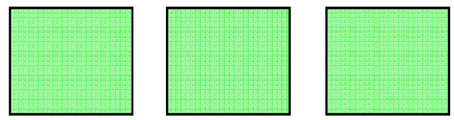
نکته:

۱- تیمارها در هر تکرار (بلوک) در شرایط مشابه با هم مقایسه می‌شوند.
۲- می‌توان میانگین هر بلوک را محاسبه و واریانس ناشی از تفاوت بین آنها را محاسبه نمود.
۳- این واریانس در طرح CRD جزئی از خطای آزمایشی بود.
در این طرح چون تمام تیمارها در هر بلوک (تکرار) وجود دارند ← RCBD متعادل

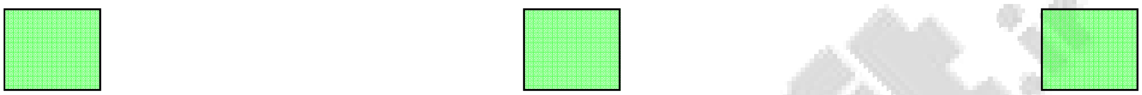
در بعضی طرحها ممکن است که تمام تیمارها در هر بلوک وجود نداشته باشند← RCBD نا متعادل

در RCBD:

۱- بلوک‌ها می‌توانند مجاور هم باشند.



و یا اینکه دور از هم باشند.



بایستی سعی شود که یکنواختی در درون بلوک حداکثر باشد؛ ولی غیر یکنواختی بین بلوکها خیلی هم مهم نیست.

۲. اگر کاشت در چند روز انجام می‌گیرد بایستی در هر روز ۱ بلوک کاشته شود.

۳. اگر یادداشت برداری در چند روز انجام می‌گیرد بایستی در هر روز ۱ بلوک یادداشت برداری شود.

۴. اگر از افراد مختلفی برای عملیات کاشت، داشت و برداشت استفاده می‌شود بایستی در هر بلوک یک نفر مسئول کار باشد.

مدل آماری RCBD

$$Yij = \mu + T_i + R_j + e_{ij}$$

مشاهده مربوط به تیمار I در بلوک j

میانگین کل آزمایش تحت فرض صفر

اثر تیمار

$$T_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$$

اثر بلوک

$$R_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$$

$$e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{..} - (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) - (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$$

$$= y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..}$$

جدول تجزیه واریانس RCBD

منبع تغییر	df	SS نظری	SS کاربردی	ms	F
بلوک	r−۱	$t\Sigma(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^۲$	$\frac{\Sigma y_{.j}^۲}{t}-\frac{(y_{..})^۲}{rt}$	ms_R	$\frac{ms_R}{ms_e}$
تیمار	t −۱	$r\Sigma(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^۲$	$\frac{\Sigma y_{i.}^۲}{t}-\frac{(y_{..})^۲}{rt}$	ms_t	$\frac{ms_t}{ms_e}$
خطا	(r−۱)(t−۱)	$\Sigma(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^۲$	$SST-SS_t+SS_R$	ms_e	
کل	tr −۱	$\Sigma(y_{ij}-\bar{y}_{..})^۲$	$\Sigma y_{ij}^۲-\frac{(y_{..})^۲}{rt}$		

مثال: در یک آزمایش اثر سه کود ازت (n_1 = ۵۰ ، n_2 = ۱۰۰ ، n_3 = ۱۵۰) بر عملکرد یک واریته گوجه فرنگی در ۴ تکرار مورد بررسی قرار گرفت.

نقشه آزمایش:

شیب تغییرات ↓

بلوک ۱	n_2 ۶/۳	n_1 ۶/۸	n_3 ۶/۴
بلوک ۲	n_3 ۷/۳	n_1 ۶/۶	n_2 ۴/۹
بلوک ۳	n_1 ۷	۵/۹	n_3 ۷/۷
بلوک ۴	n_2 ۷/۱	n_3 ۶/۷	n_1 ۶/۴

جدول داده‌ها:

تیمار \ بلوک	۱	۲	۳	۴	جمع تیمار
n_1	۶/۸	۶/۶	۷	۶/۴	۲۶/۸
n_2	۶/۳	۴/۹	۵/۹	۷/۱	۲۴/۲
n_3	۶/۴	۷/۳	۷/۷	۶/۷	۲۸/۱
جمع بلوک	۱۹/۵	۱۸/۸	۲۰/۶	۲۰/۲	$y_{..}$ = ۷۹/۱

مراحل محاسبه:

الف) محاسبه عامل تصحیح:

$$CF=\frac{(y..)^{۲}}{rt}=\frac{(۷۹/۱)^{۲}}{۴\times۳}=۵۲۱/۴$$

ب) محاسبه :SST

$$SST=\Sigma y_{ij}^{۲}-CF$$

$$=۶/۸^{۲}+۶/۳^{۲}+....+۶/۷^{۲}-۵۲۱/۴=۵/۷۱$$

ج) محاسبه مجموع مربعات تیمار:

$$SSt=\frac{\Sigma y_{i.}^{۲}}{r}-CF$$

$$=\frac{۲۶/۸^{۲}+۲۴/۲^{۲}+۲۸/۱^{۲}}{۴}-۵۲۱/۴=۱/۹۷$$

د) محاسبه مجموع مربعات بلوک:

$$SSR=\frac{\Sigma y_{.j}^{۲}}{t}-CF$$

$$\frac{۱۹/۵^{۲}+۱۸/۸^{۲}+۲۰/۶^{۲}+۲۰/۲^{۲}}{۳}-۵۲۱/۴=۰/۶۳$$

ه) محاسبه مجموع مربعات خطای آزمایشی:

$SS_e=SST-SSt-SS_R$

$= ۵/۷۱ - ۱/۹۷ - ۰/۶۳ = ۳/۱۱$

جدول تجزیه واریانس:

منبع تغییر	df	ss	ms	F
بلوک	۳	۰/۶۳	۰/۲۱	<۱
تیمار	۲	۱/۹۷	۰/۹۹	$۱/۹^{ns}$
خطای آزمایشی	۶	۳/۱۱	۰/۵۲	
کل	۱۱	۵/۷۱		

تجزیه آماری طرح RCBD با داده های گم شده یا از بین رفته:

در طی آزمایشی ممکن است:

ـ یک یا چند واحد آزمایشی از بین بروند

ـ اندازه گیری‌ها مورد اعتماد نباشد

ـ ماده آزمایش به اندازه کافی وجود نداشته باشد

در موارد بالا، بلوک‌ها شامل همه تیمارها نخواهد بود؛ در نتیجه:

ـ عدم امکان محاسبه واریانس بلوکها

ـ عدم امکان مقایسه تیمارها

نکته مهم: در این طرح بایستی بلوکها کامل باشند یعنی شامل همه تیمارها باشند

راه حل ؟ ← بر آورد مشاهده یا مشاهدات از بین رفته

الف) بر آورد یک مشاهده از بین رفته:

فرمول یتیس

$$y=\frac{rB+tT-G}{(r-۱)(t-۱)}$$

y: برآورد مشاهده گم شده

r: تعداد تکرار

t: تعدادتیمار

B: جمع اعداد در بلوکی که عدد از بین رفته در آن قرار دارد

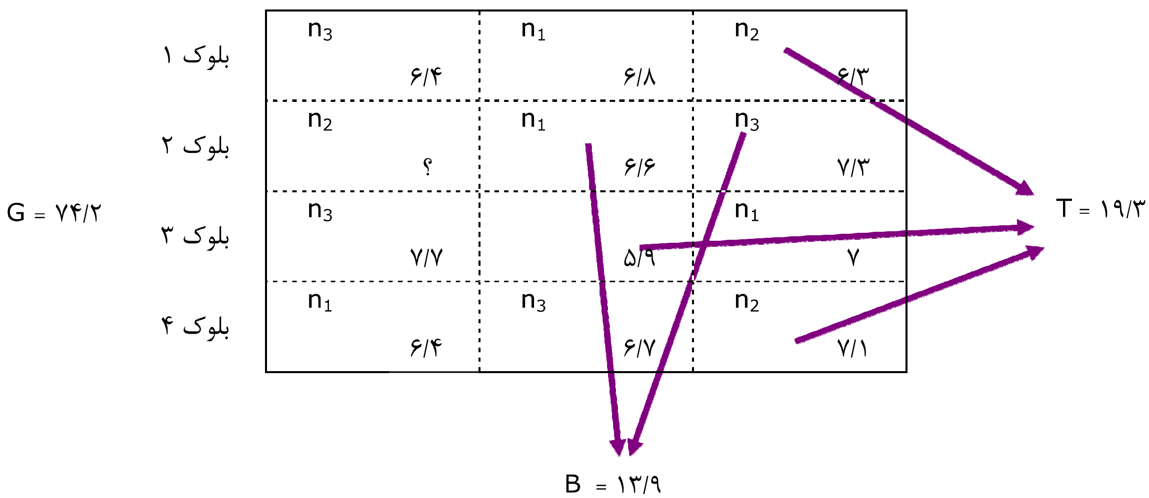
T: جمع سایر تکرار های تیماری که عدد از بین رفته در آن قرار دارد

G: جمع کل مشاهدات

مثال:

فرض نمایید که در آزمایشی اثر سه کود ازت در عملکرد گوجه فرنگی، مشاهده مربوط به تکرار دوم تیمار n۲ که مقدار آن ۴/۹ می‌باشد از بین رفته تلقی گردد.

الف. محاسبه عدد گمشده:



$$y_{۲۲}=\frac{۴(۱۳/۹)+۳(۱۹/۳)-۷۴/۲}{۳(۲)}=۶/۵۵$$

ب. عدد برآورد شده بجای عدد گمشده قرار گرفته و تجزیه واریانس بر اساس RCBD انجام می‌گیرد. ولی از درجه آزادی خطای آزمایش و بنابراین درجه آزادی کل یک واحد کم می‌گردد.

منبع تغییر	df	ss	ms	F
بلوک	۳	۰/۲۳۷۷	۰/۰۷۹۱	۰/۲۳ ns
تیمار	۲	۰/۶۳۷۹	۰/۳۹۱۰	۱/۱۲ ns
خطا	۶-۱=۵	۱/۷۴۷۱	۰/۳۴۹۴	
کل	۱۱-۱=۱۰	۲/۶۲۲۳		

محاسبه اریبی حاصل از برآورد مشاهده از بین رفته

$$\text{اریبی}=\frac{[B-(t-1)y]^{۲}}{t(t-1)}$$

B: همان B فرمول یتیس است

t: تعداد تیمار

y: مشاهده برآورد شده

$$=\frac{[۱۳/۹-(۳-۱)۶/۵۵]^{۲}}{۳(۳-۱)}=۰/۱۰۶۷$$

۰/۶۳۷۹ − ۰/۱۰۶۷ = ۰/۵۳۱۲

SSt

بر آورد بیش از یک مشاهده از بین رفته:

آیا ماهیت و تمامیت تیمارها وبلوک‌ها به قوت خود باقی است ؟

مثلاً اگر در آزمایشی:

۲ تکرار از ۳ تکرار یک تیمار از بین رفته باشد ← حذف تیمار

۳ تیمار از ۴ تیمار یک بلوک از بین رفته باشد ← حذف بلوک

حذف آزمایش ؟ ؟

ولی اگر تمامیت و ماهیت آزمایش خدشه دار نشده باشد می‌توان مشاهدات را به شرح ذیل برآورد و تجزیه واریانس را انجام داد:

۱- ابتدا کلیه مشاهدات از دست رفته بجز یکی از آنها از طریق میانگین گیری از میانگین های تیمار و بلوکی که مشاهده از بین رفته در آن واقع است برآورد می‌گردد.

۲- سپس آخرین عدد از دست رفته با فرمول یتیس برآورد می‌شود.

۳- در مرحله بعدی کلیه مشاهدات از بین رفته یکی پس از دیگری برای مرتبه دوم بوسیله فرمول یتیس برآورد می‌گردند. بدیهی است که در هر مرتبه محاسبه، از برآورد جدید استفاده می‌شود.

۴- سپس مرحله سوم آنقدر تکرار می‌شود تا در ۲ مرتبه متوالی، برآورد یک عدد از بین رفته حامل تغییر قابل ملاحظه نداشته باشد.

مثال:

فرض کنید در آزمایش قبل مشاهده مربوطه به تیمار ۲ در بلوک ۱ (۶/۳) و تیمار ۳ در بلوک ۴ (۶/۷) از بین رفته باشند.

۱- برآورد مشاهده تیمار ۳ از طریق میانگین گیری:

$$\bar{y}_{۳.} = \frac{۲۱/۴}{۳} = ۷/۱۳$$

$$\bar{y}_{.۴} = \frac{۱۳/۵}{۲} = ۶/۷۵$$

$$y_{۳۴} = \frac{۷/۱۳+۶/۷۵}{۲} = ۶/۹۴$$

۲- برآورد مشاهدات تیمار ۲ با فرمول (مرتبه اول):

$$y_{۲۱}=\frac{۴(۱۳/۲)+۳(۱۷/۹)-(۶۶/۱+۶/۹۴)}{(۴-۱)(۳-۱)}=۵/۲۴$$

۳- برآورد مشاهده تیمار ۳ با فرمول (مرتبه اول):

$$y_{۴۳}=\frac{۴(۱۳/۵)+۳(۲۱/۴)-(۶۶/۱+۵/۲۴)}{(۴-۱)(۳-۱)}=۷/۴۸$$

۴- برآورد مشاهده تیمار ۲ (مرتبه اول):

$$y_{۲۱}=\frac{۴(۱۳/۲)+۳(۱۷/۹)-(۶۸/۱+۷/۴۸)}{(۴-۱)(۳-۱)}=۵/۱۵$$

۵- برآورد مشاهده تیمار ۳ (مرتبه اول):

$$y_{۴۳}=\frac{۴(۱۳/۵)+۳(۲۱/۴)-(۶۸/۱+۵/۱۵)}{(۴-۱)(۳-۱)}=۷/۴۹$$

اعداد برآورده شده در جمع مشاهدات قرار گرفته و تجزیه به روش معمولی انجام گرفته و به تعداد مشاهدات برآورده شده از درجه آزادی خطای آزمایشی و بنابراین از درجه آزادی کل کسر می‌گردد.

مقایسه میانگین‌ها

ـ مقایسه تیمارها که فاقد عدد از دست رفته باشند = طبق معمول

ـ مقایسه تیمارها که دارای مشاهده گمشده باشند.

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{ms_e[\frac{۲}{r}+\frac{t}{r(r-۱)(t-۱)}]}$$

$$S_{\bar{y}}=\sqrt{\frac{ms_e}{۲}[\frac{۲}{r}+\frac{t}{r(r-۱)(t-۱)}]}$$

تجزیه آماری RCBD با چند مشاهده

الف: مدل آماری

$$y_{ijk}=\mu+T_i+R_j+e_{ij}+\varepsilon_{ijk}$$

جدول تجزیه واریانس

SOV	df
بلوک	r-1
تیمار	t-1
خطای آزمایشی	(r-1)(t-1)
خطای نمونه برداری	rt (s-1)
کل	rts -۱

مثال:

در یک آزمایش اثر اضافه نمودن ۳ مکمل (ذرت، جو، مخلوط ذرت و جو) به جیره پایه همراه با شاهد(جیره پایه) بر اضافه وزن بره در سه تکرار و سه نمونه در هر تکرار در طرح RCBD مورد آزمایش قرار گرفت.

جدول مشاهدات:

تیمار / بلوک	ذرت A	جو B	ذرت جو C	جیره پایه D	$y_{.j.}$
۱	۲۵ ۲۴ ۲۶ ۷۵	۲۷ ۲۶ ۲۶ ۷۹	۱۸ ۱۹ ۲۰ ۵۷	۲۰ ۱۹ ۲۰ ۵۷	۲۷۰
۲	۲۲ ۲۱ ۲۳ ۶۶	۲۴ ۲۳ ۲۲ ۶۹	۱۶ ۱۴ ۱۵ ۴۵	۱۸ ۱۹ ۱۸ ۵۵	۲۳۵
۳	۲۳ ۲۱ ۲۱ ۶۵	۲۲ ۲۳ ۲۳ ۶۸	۱۵ ۱۴ ۱۴ ۴۳	۱۸ ۱۸ ۱۸ ۵۴	۲۳۰
$y_{i..}$	۲۰۶	۲۱۶	۱۴۵	۱۶۸	$y_{...}$ = ۷۳۵

الف) محاسبه : CF

$$\mathrm{CF}=\frac{(\mathrm{y}...)^{۲}}{\mathrm{r}t\mathrm{s}}=\frac{(۷۳۵)^{۲}}{۳\times۴\times۳}=۱۵۰۰۶/۲۵$$

ب) محاسبه مربعات کل :

$$\mathrm{SST}=\Sigma \mathrm{y}_{\mathrm{ijk}}^{۲}-\mathrm{CF}=۲۵^{۲}+۲۴^{۲}+...+۱۸^{۲}-\mathrm{CF}=۴۶۸/۷۵$$

ج) محاسبه مجموع مربعات تیمار:

$$SS_t=\frac{\Sigma y_{i..}^2}{rs}-CF$$

$$=\frac{۲۰۶^{۲}+۲۱۶^{۲}+۱۴۵^{۲}+۱۶۸^{۲}}{۹}-۱۵۰۰۶/۲۵=۳۶۴/۹۲$$

د) محاسبه مجموع مربعات بلوک:

$$SSR=\Sigma y_{.j.}^2-CF$$

$$=\frac{۲۷۰^{۲}+۲۳۵^{۲}+۲۳۰^{۲}}{۱۲}-۱۵۰۰۶/۲۵=۷۹/۱۷$$

ه) محاسبه مجموع مربعات واحدهای آزمایشی:

$$SS_{EU}=\frac{\Sigma y_{ij.}^{۲}}{S}-CF$$

$$=\frac{۷۵^{۲}+۶۶^{۲}+....+۵۴^{۲}}{۳}-۱۵۰۰۶/۲۵=۴۵۲/۷۵$$

و) محاسبه مجموع مربعات خطای آزمایشی:

$$\mathrm{SS}_{\mathrm{E}}=\mathrm{SS}_{\mathrm{EU}}-\mathrm{SS}_{\mathrm{R}}-\mathrm{SS}_{\mathrm{t}}=۸/۶۱$$

ز) محاسبه مجموع مربعات خطای نمونه برداری:

$$\mathrm{SS}_{\mathrm{SE}}=\mathrm{SST}-\mathrm{SS}_{\mathrm{EU}}=۴۶۸/۷۵-۴۵۲/۷۵=۱۶$$

فرمول خطای معیار:

$$S_{\bar{y}}=\sqrt{\frac{ms_e}{rs}=\frac{۱/۴۳}{۳(۳)}}=۰/۴۰$$

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{۲ms_e}{rs}=\frac{۲(۱/۴۳)}{۳(۳)}}=۰/۵۶$$

جدول تجزیه واریانس:

منبع تغییر	df	ss	ms	F
بلوک	۲	۷۹/۱۷	۳۹/۵۸	ms_B/ms_e = ۲۷/۶۸**
تیمار	۳	۳۶۴/۹۷	۱۲۱/۶۶	ms_t/ms_e = ۸۵/۰۷**
خطای آزمایشی	۶	۸/۶۱	۱/۴۳	ms_e/ms_{se} = ۲/۱۳ ns
خطای نمونه برداری	۲۴	۱۶	۰/۶۷	
کل	۳۵	۴۶۸/۷۵		

سود بندی نسبی یا کاراتی نسبی RE (Relative Efficiency)

هدف از انجام RCBD ← گروه بندی تیمارها در داخل بلوک ← محاسبه واریانس بلوکها ← کاهش خطا

اگر واریانس بلوکها (F بلوکها) غیر معنی دار شود ← گروه بندی واحدهای آزمایشی بی نتیجه بوده است؛ در این صورت بکار بردن CRD می‌توانسته مناسب تر باشد

- برای پاسخ به این سوال که آیا RCBD به دقت آزمایش افزوده است یا خیر از RE استفاده می‌کنیم

سودمندی نسبی یک طرح (اجرا شده) نسبت به طرح دیگر (اجرا نشده)← از طریق نسبت واریانس خطای آزمایشی و درجه آزادی خطاهای در طرح

$$RE=\frac{\frac{n_۱+۱}{n_۱+۳}\frac{۱}{s_۱^۲}}{\frac{n_۲+۱}{n_۲+۳}\frac{۱}{s_۲^۲}}=\frac{(n_۱+۱)(n_۲+۳)S_۲^۲}{(n_۱+۳)(n_۲+۱)S_۱^۲}$$

n_1 و n_2: به ترتیب در جه آزادی طرحهای ۱و۲

s_1 و s_2: میانگین مربعات خطای آزمایشی طرحهای ۱ و ۲

اگر به جای n ، df و بجای S ، ms استفاده شود :

$$RE = \frac{(df_{e(RB)}+1)(df_{e(CR)}+3)ms_{e(CR)}}{(df_{e(RB)}+3)(df_{e(CR)}+1)ms_{e(RB)}} \times ۱۰۰$$

چون طرح CRD انجام نگرفته چگونه می‌توان df و ms آنرا محاسبه کرد.

SOV	df
تیمار	t-۱
خطا	t (r-۱)
کل	tr -۱

SOV	df
بلوک	r-۱
تیمار	t-۱
خطا	(r-۱)(t-۱)
کل	tr -۱

$$df_{e(crd)} = df_e + df_b$$

$$ms_{e(crd)} = \frac{(r-۱)ms_r + r(t-۱)ms_{e(R)}}{tr-۱}$$

مثال:

سودمندی نسبی طرح RCBD نسبت به CRD در آزمایش اثر ازت در عملکرد گوجه فرنگی

$$ms_{e(CR)} = \frac{(۴-۱)(۰/۲۱)+۴(۳-۱)(۰/۵۲)}{۴(۳)-۱} = ۰/۴۳$$

$$RE = \frac{(۶+۱)(۹+۳)(۰/۴۳)}{(۹+۱)(۶+۳)(۰/۵۲)} \times ۱۰۰ = ۷۷/۱۸٪$$

اگر ۱۰۰ >=RE ← سودمندی وجود نداشته

اگر ۱۰۰ < RE ← سودمندی داشته است

جلسه ۸

طرح مربع لاتین (**Latin Square**)

طرح مربع لاتین (Latin Square)

LS

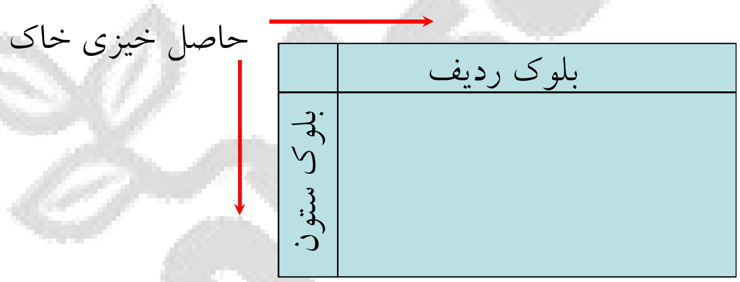
ویژگی طرح LS

ماده آزمایشی دارای تغییرات دو طرفه می‌باشد.

گروهبندی یا دسته بندی تیمارها بر اساس دو عامل صورت می‌گیرد

دو بلوک بندی صورت می‌گیرد: ۱. ردیف؛ ۲. ستون

مثال:



محاسبه واریانس بین ردیف‌ها و ستون ← کاهش خطای آزمایشی

برای این کار در طرح LS، تمام تیمارها بایستی در هر کدام از ردیف های ستون‌ها وجود داشته باشند

دلیل انتساب نام مربع لاتین

- استفاده از مربع
- استفاده از حروف لاتین

اگر مربعی را در نظر گرفته و هر ضلع آن را به تعداد تیمار (۴) تقسیم کنیم و تیمارها به نحوی در داخل ردیف‌ها و ستون‌ها قرار دهیم که تمام تیمارها در هر ردیف و ستون فقط یکبار وجود داشته باشند یک مربع

لاتین ۴ × ۴ به دست خواهد آمد.

مثال:

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

در دامپروری، گروهبندی بر اساس:

- وزن (ردیف)
- سن (ستون)

طرز پیاده کردن طرح :LS

چون در LS تمام تیمارها بایستی فقط یکبار در هر ردیف و ستون ظاهر شوند ← مربع لاتین استاندارد

← تیمارها در ردیف اول و در ستون اول به ترتیب حروف الفبا

A	B	C
B		
C		

از هر مربع لاتین استاندارد ← ۱ - t ! (t − ۱) !

مثال:

- اگر ۳ = t باشد:

۳ × ۲ × ۱(۲ ×۱) − ۱ = ۱۱

ـ اگر ۴ = t باشد:

(۴ × ۳ × ۲ × ۱) (۳ × ۲ × ۱) − ۱ = ۱۴۳

۴ × ۴ تعداد کل مربعهای لاتین = ۴ × ۱۴۳ = ۵۷۶

مثال:

اگر ۴ = t باشد ← مربع لاتین ۴ × ۴

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

می توان ردیفها و یا ستون‌ها را با هم جابجا کرد:

D	A	B	C
C	D	A	B
B	C	D	A
A	B	C	D

در نهایت هر تیمار به طور تصادفی به یکی از حروف الفبا اختصاص پیدا می‌کند.

مدل آماری طرح LS:

$$Y_{ijk} = \mu + R_i + C_i + T_{(k)} + e_{ij(k)}$$

- Y_{ijk}: مشاهده در ردیف i ستون j
- μ: میانگین کل تحت فرض صفر
- R_i: اثر ردیف $\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$
- C_i: اثر ستون $\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$
- $T_{(k)}$: اثر تیمار $\bar{y}_{(k)} - \bar{y}_{..}$
- $e_{ij(k)}$: خطای آزمایشی

جدول تجزیه واریانس

SOV	df	SS نظری	SS کاربردی
ردیف	r - ۱	$r\Sigma(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{\Sigma y_{i.}^2}{r} - \frac{(y_{..})^2}{r^2}$
ستون	r - ۱	$r\Sigma(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{\Sigma y_{.j}^2}{r} - \frac{(y_{..})^2}{r^2}$
تیمار	r - ۱	$r\Sigma(\bar{y}_{(k)} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{\Sigma y_{(k)}^2}{r} - \frac{(y_{..})^2}{r^2}$
خطا	$(r-1)(r-2)$	$\Sigma(y_{ij(k)} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{(k)} + 2\bar{y}_{..})^2$	$SST - SS_R - SS_C - SS_t$
کل	$r^2 - 1$	$\Sigma(\bar{y}_{ij(k)} - \bar{y}_{..})^2$	$\Sigma y_{ij(k)}^2 - \frac{(y_{..})^2}{r^2}$

مثال:

در آزمایش اثر ۵ نوع علف کش بر کنترل علفهای هرز ذرت به صورت طرح مربع لاتین مورد مقایسه قرار گرفت.

جمع ردیف						
۱۱۱/۸	A ۲۰/۳	C ۲۳/۱	D ۲۴/۵	E ۱۸/۲	B ۲۵/۷	
۱۲۴	C ۲۰/۴	D ۲۷/۱	A ۲۸/۳	B ۲۵	E ۲۳	
۱۲۹/۷	D ۲۲/۷	B ۲۶/۶	E ۲۴/۵	C ۲۸	A ۲۷/۹	
۱۳۴	E ۱۹/۳	A ۳۳/۴	B ۲۸	D ۲۴/۶	C ۲۸/۷	
۱۳۰/۹	B ۲۵/۹	E ۳۳/۸	C ۲۶	A ۲۵	D ۲۰/۲	
۶۳۰/۴	۱۰۸/۶	۱۴۴	۱۳۱/۱۳	۱۲۱	۱۲۵/۵	جمع ستون

جمع و میانگین تیمارها:

تیمار	A	B	C	D	E
جمع	۱۳۴/۹	۱۳۱/۴	۱۲۶/۲	۱۱۹/۱	۱۱۸/۸
میانگین	۲۶/۹۸	۲۶/۲۸	۲۵/۲۴	۲۳/۸۲	۲۳/۷۶

۱- محاسبه :CF

$$\frac{y_{..}^{۲}}{r^{۲}} = \frac{(۶۳۰/۴)^{۲}}{۲۵} = ۱۵۸۹۶/۱۷$$

۲- محاسبه :SST

$$۲۵/۷^{۲} + ۱۸/۲^{۲} + ... + ۲۵/۹^{۲} - CF = ۳۶۵/۷۱$$

۳- محاسبه :SS_R

$$\frac{۱۱۱/۸^{۲} + ۱۲۴^{۲} + ۱۲۹/۷^{۲} + ۱۳۴^{۲} + ۱۳۰/۹^{۲}}{۵} - CF = ۶۱/۴۶$$

۴- محاسبه :SS_C

$$\frac{۱۲۵/۵^۲+۱۲۱^۲+۱۳۱/۳^۲+۱۴۴^۲+۱۰۸/۶^۲}{۵}-CF=۱۳۶/۰۱$$

۵- محاسبه :SS_t

$$\frac{۱۳۴/۹^۲+۱۳۱/۴^۲+۱۲۶/۴^۲+۱۱۹/۱^۲+۱۱۸/۸^۲}{۵}-CF=۴۱/۵۶$$

۶- محاسبه :SS_E

۳۶۵/۷۱ - (۶۱/۴۶ + ۱۳۶ + ۴۱/۵۶) = ۱۲۶/۶۸

SOV	df	ss	ms	F
ردیف	۴	۶۱/۴۶	۱۵/۳۶	$۱/۴۵^{ns}$
ستون	۴	۱۳۶/۰۱	۳۴	$۳/۲۲^{ns}$
تیمار	۴	۴۱/۵۶	۱۰/۳۹	۱^{ns}
خطای آزمایشی	۱۲	۱۲۶/۶۸	۱۰/۵۶	
کل	۲۴	۳۶۵/۷۱		

برآورد مقدار مشاهده از بین رفته:

$$y=\frac{r(R+C+T)-۲G}{(r-۱)(r-۲)}$$

y: مشاهده از بین رفته

r: تعداد ردیف، ستون، تیمار

T: جمع تیماری که عدد گمشده دارد

R: جمع ردیفی که عدد گمشده دارد

C: جمع ستونی که عدد گمشده دارد

G: جمع کل مشاهدات

اگر ؟ = y_{52}

$$y=\frac{۵(۱۰۵/۹+۹۶+۱۰۹/۴)-۲(۶۰۵/۴)}{(۵-۱)(۵-۲)}=۲۸/۸۱$$

به تعداد مشاهدات گمشده از dfe و درجه آزادی کل کم می‌شود و بقیه مراحل طبق معمول انجام می‌گیرد.

$$\text{اریبی مربعات تیمار} = \frac{[G-R-C(r-۱)T]^{۲}}{(r-۱)^{۲}(r-۲)^{۲}}$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{۲}[\frac{۲}{r}+\frac{۱}{(r-۱)(r-۲)}}$$

$$=\sqrt{\frac{۱۰/۵۶}{۲}(\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۱۲})}=۱/۶$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{ms_e[\frac{۲}{r}+\frac{۱}{(r-۱)(r-۲)}}$$

$$=\sqrt{۱۰/۵۶(\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۱۲})}=۲/۲۶$$

برآورد چند مشاهده گمشده:

مثل RCBD عمل می‌شود .

سودمندی نسبی (RE):

استدلالها مشابه RE توضیح داده شده برای طـرح RCBD اسـت؛ بـا ایـن تفـاوت کـه RE در دو حالـت محاسبه می‌شود:

- ردیفها به عنوان بلوک فرض شوند
- ستون به عنوان بلوک فرض شود

RCBD

SOV	df
بلوک	۳
تیمار	۳
خطا	۹
کل	۱۵

LS

SOV	df
ردیف	۳
ستون	۳
تیمار	۳
خطا	۶
کل	۱۵

همانطور که قبلا گفته شد ابتدا بایستی ms_e طرح RCBD محاسبه شود.

ردیف‌ها به عنوان بلوک ؟

ستون‌ها به عنوان بلوک ؟

اگر ردیف‌ها به عنوان بلوک فرض شوند:

$$ms_{e(RB)} = \frac{n_c ms_c + (n_t + n_e) ms_{e(LS)}}{n_c + n_t + n_e}$$

ms_e: میانگین مربعات ستون‌ها

$ms_{e(LS)}$: میانگین مربعات خطای آزمایشی در طرح LS

n_e, n_t, n_c: به ترتیب درجات آزادی ستون، تیمار و خطا

$$\mathrm{RE} = \frac{ms_{e(RB)}(n_۱ + ۱)(n_۲ + ۳)}{ms_{e(LS)}(n_۲ + ۱)(n_۱ + ۳)} \times ۱۰۰$$

مثال:

در آزمایش مقایسه اثر ۵ نوع علف کش:

الف) ستون‌ها به عنوان بلوک انتخاب شوند.

$$ms_{e(RB)} = \frac{۴(۱۵/۳۶) + (۴+۱۲)(۱۰/۵۶)}{۴+۴+۱۲} = ۱۱/۵۲$$

$$RE = \frac{۱۱/۵۲(۱۲+۱)(۱۶+۳)}{۱۰/۵۶(۱۶+۱)(۱۲+۳)}(۱۰۰) = ۱۰۵/۶۷$$

چون RE > ۱۰۰ ← طرح LS نسبت به RCBD به اندازه ۵ درصد بازدهی بیشتر داشته است.

ب) ردیفها به عنوان بلوک انتخاب شوند.

$$ms_{e(RB)} = \frac{۴(۳۴) + (۴+۱۲)(۱۰/۵۶)}{۴+۴+۱۲} = ۱۵/۲۵$$

$$RE = \frac{۱۵/۲۵(۱۲+۱)(۱۶+۳)}{۱۰/۵۶(۱۶+۱)(۱۲+۳)} \times ۱۰۰ = ۱۳۹/۸۸$$

چون RE > ۱۰۰ ← طرح LS نسبت به RCBD به اندازه ۴۰ درصد بازدهی بیشتر داشته است.

طرح LS با چند مشاهده:

مدل آماری LS با چند مشاهده:

$$y_{ij(k)} = \mu + R_i + C_j + T_{(K)} + e_{ij(k)} + \varepsilon_{ij(k)}$$

تجزیه واریانس طرح LS با چند مشاهده:

(۴ تیمار با ۲ نمونه)

SOV	df	SS
ردیف	۳	$\frac{\Sigma y_{i..}^{۲}}{rs} - CF$
ستون	۳	$\frac{\Sigma y_{.j.}^{۲}}{rs} - CF$
تیمار	۳	$\frac{\Sigma y_{(k)}^{۲}}{rs} - CF$
خطای آزمایشی	٦	$SS_{EU} - (SS_R + SS_C + SS_t)$
خطای نمونه برداری	١٦	$SST - SS_{eu}$
کل	۳١	$\Sigma y_{ij(k)}^2 - CF$

مزایا:

- امکان محاسبه غیر یک نواختی ماده آزمایشی از واریانس ردیفها و ستون‌ها
- کاهش خطای آزمایشی
- تجزیه آماری ساده

معایب:

- تعداد تکرار برای هر تیمار باید مساوی باشد
- تعداد تیمار باید برابر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها باشد
- تعداد زیادی تیمار را نمی توان در طرح LS به کار برد ← افزایش تعداد تکرار← افزایش هزینه
- تعدا کم تیمار ← کاهش درجه آزادی خطا
- df_e طرح LS > طرح RCBD
- برآورد مشاهده گمشده در طرح LS مشکل تر است.

جلسه ۹

الف) مربع لاتین مکرر

ب) طرح گردان Change Over Design

اگر در طرح LS تعداد تیمار کم باشد ← کاهش درجه آزادی خطا

مثال:

در مربع لاتین ۲ × ۲، ۳ × ۳، ۴ × ۴

SOV	۲×۲	۳×۳	٤×٤
ردیف	۱	۲	۳
ستون	۱	۲	۳
تیمار	۱	۲	۳
خطای آزمایشی	۰	۲	٦
کل	۳	۸	۱۵

اگر تیمار کم باشد ← لاتین مکرر

موارد دیگر برای استفاده از لاتین مکرر:

ـ تعداد تکرار بیشتری برای تیمارها نیاز باشد

ـ زمانیکه طرح LS در چند مکان یا سال انجام شود

لاتین مکرر ← مربع‌ها تکرار می‌شوند ← در هر مربع تیمارها بصورت جداگانه بـه واحـدهای آزمایشـی انتساب می‌شوند.

مدل آماری مربع لاتین مکرر

$$Y_{ij(k)} = \mu + S_k + R_{i(k)} + C_{j(k)} + T_{(k)} + e_{ijk(k)}$$

اثرمربع

اثر ستون j در مربع k

خطای آزمایشی

اثر ردیف i در مربع k

اثر تیمار

تجزیه واریانس لاتین مکرر با دو ستون SOV، : df

SOV	df
مربع	s–۱
ردیف در مربع	S(r–۱)
ستون در مربع	S(r–۱)
تیمار	r–۱
خطای آزمایشی	s(r–۱)(r–۲)+(s–۱)(r–۱)
کل	$Sr^{2}-1$

مثال:

اثر سه علف کش A ، B، C بر علفهای هرز یک مزرعه چغندر قند با سه مرتبه تکرار مورد مطالعه قرار گرفت

			جمع ردیف
C ۱۱	B ۱۶	A ۹	۳۶
A ۱۲	C ۱۲	B ۱۵	۳۹
B ۱۶	A ۱۵	C ۱۵	٤٦
۳۹	٤۳	۳۹	۱۲۱

جمع ستون

			جمع ردیف
B ۵	C ۵	C ۱	۱۱
C ٤	C ٤	B ۱۳	۲۱
C ۵	B ۱۰	C ۵	۲۰
۱٤	۱۹	۱۹	۵۲

جمع ستون

			جمع ردیف
A ۱۵	B ۱٦	C ۱۵	٤٦
B ۱۷	C ۱٤	A ۱۰	٤۱
C ۱۲	A ۱۲	B ۱۵	۳۹
٤٤	٤۲	٤۰	۱۲٦

جمع ستون

جدول دو طرفه تیمار و مربع

مربع / تیمار	۱	۲	۳	جمع
A	**۳۷**	**۱۰**	**۳٦**	**۸۳**
B	**٤۸**	**۲۸**	**٤۷**	**۱۲۳**
C	**٤۱**	**۱٤**	**۳۸**	**۹۳**
جمع	**۱۲٦**	**۵۲**	**۱۲۱**	**۲۹۹**

محاسبه CF:

$$CF = \frac{y^{۲}...}{sr^{۲}} = \frac{(۲۹۹)^{۲}}{۳(۹)} = ۳۳۱۱/۱۵$$

محاسبه SST:

$$\Sigma y^2_{ijk\,(l)} - CF$$

$$۱۵^{۲} + ۱۶^{۲} + ... + ۱۵^{۲} - CF = ۵۷۱/۸۵$$

محاسبه مجموعه مربعات مربع‌ها :

$$SS_s = \frac{\Sigma y^2 \cdot\cdot_k}{r^2} - CF$$

$$= \frac{۱۲۶^{۲} + ۵۲^{۲} + ۱۲۱^{۲}}{۹} - CF = ۳۸۰/۰۷$$

محاسبه مجموع مربعات ردیف در مربع:

چون ماهیت اختلاف بین ردیفها در مربع های مختلف یکسان نیست، مجموع مربعات ردیف در هر مربع جداگانه محاسبه و سپس مجموع آنها به عنوان ردیف در مربع آوردهمی شود.

$$SS_{R/S} = \Sigma_k \left(\frac{\Sigma y^{۲}_{.jk}}{r} - \frac{y^{۲}_{..k}}{r^{۲}} \right)$$

$$= \left[\frac{۴۶^{۲} + ۴۱^{۲} + ۳۹^{۲}}{۳} - \frac{۱۲۶^{۲}}{۹} \right] + \left[\frac{۱۱^{۲} + ۲۱^{۲} + ۲۰^{۲}}{۳} - \frac{۵۲^{۲}}{۹} \right] + \left[\frac{۳۶^{۲} + ۳۹^{۲} + ۴۶^{۲}}{۳} - \frac{(۱۲۱)^{۲}}{۹} \right]$$

$$= ۴۶/۴۴$$

محاسبه مجموع مربعات ستون در مربع:

استدالهای ردیف در مربع

$$SS_{C/S} = \Sigma_K \left[\frac{\Sigma y^{۲}_{i.k}}{r} - \frac{y^{۲}_{..k}}{r^{۲}} \right]$$

$$= \left[\frac{۴۴^{۲} + ۴۲^{۲} + ۴۰^{۲}}{۳} - \frac{۱۲۶^{۲}}{۹} \right] + \left[\frac{۱۴^{۲} + ۱۹^{۲} + ۱۹^{۲}}{۳} - \frac{۵۲^{۲}}{۹} \right] + \left[\frac{۳۹^{۲} + ۴۳^{۲} + ۳۹^{۲}}{۳} - \frac{۱۲۱^{۲}}{۹} \right]$$

$$= ۱۱/۷۸$$

محاسبه مربعات تیمارها:

برخلاف ردیفها و ستون، ماهیت اختلاف تیمارها در مربعات یکسان می‌باشد.

$$SS_l = \frac{\Sigma y^{۲}(r)}{S^r} - CF$$

$$= \frac{۸۳^{۲} + ۱۲۳^{۲} + ۹۳^{۲}}{۳(۳)} - CF = ۹۶/۲۹$$

محاسبه خطای آزمایشی:

$$SS_E = SST - (SS_s + SS_{R/S} + SS_{C/S} + SS_t)$$

= ۵۷۱/۸۵ − (۳۸۰/۰۷ + ۴۶/۴۴ + ۱۱/۸۷ + ۹۶/۲۹) = ۳۷/۲۷

جدول تجزیه واریانس:

F	ms	ss	df	SOV
۵۰/۹۵**	۱۹۰/۰۳	۳۸۰/۰۷	۲	مربع
۲/۰۷	۷/۷۴	۴۶/۴۴	۶	ردیف در مربع
۰/۵۳	۱/۹۶	۱۱/۷۸	۶	ستون در مربع
۱۲/۹۱**	۴۸/۱۴	۹۶/۲۹	۲	تیمار
	۳/۷۲	۳۷/۲۷	۱۰	خطای آزمایشی
		۵۷۱/۸۵	۲۶	کل

فرمولهای خطای استاندارد:

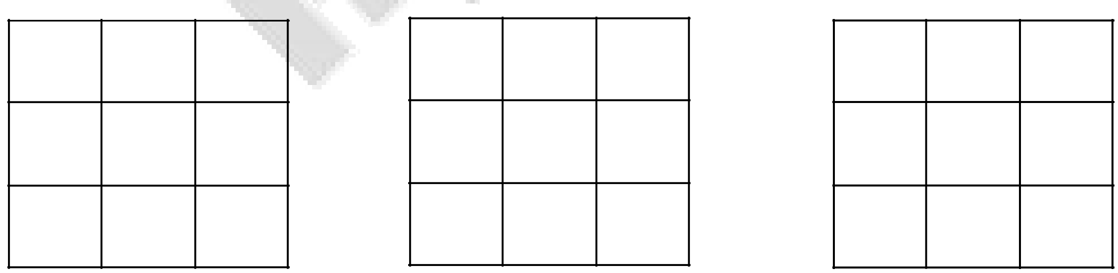
$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{rs}} = \sqrt{\frac{۳/۷۳}{۳(۳)}} = ۰/۶۴$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{۲ms_e}{rs} = \frac{۲(۳/۷۳)}{۳(۳)}} = ۰/۹۱$$

طرح گردان:

اگر ماهیت اختلاف بین ردیفها و یا بین ستونها در مربعهای مختلف یکسان باشد

۱- مربعها می‌توانند در کنار هم دیگر قرار گیرند:



۱ ۲ ۳

در این حالت، کلاً سه ردیف و ۹ ستون وجود دارد:

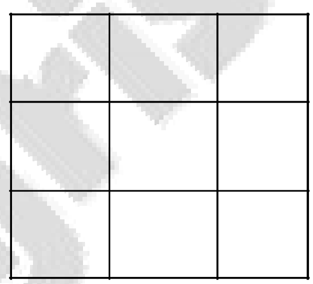
SOV	df
ردیف	r−۱=۳−۱=۲
ستون	sr−۱=۹−۱=۸
تیمار	r−۱=۳−۱=۲
خطا	۱٤
کل	RC−۱=۲۷−۱=۲٦

ردیف ستون

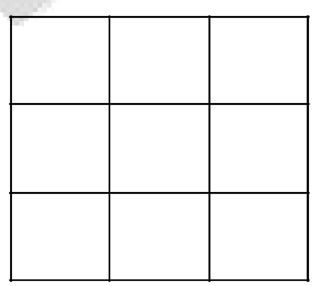
۲- مربعها می‌توانند در زیر یکدیگر قرار گیرند:

۱

۲



۳



کلاً ۳ ستون و ۹ ردیف:

SOV	df
ردیف	sr−۱=۹−۱=۸
ستون	r−۱=۳−۱=۲
تیمار	r−۱=۳−۱=۲
خطا	١٤
کل	RC−۱=۲۷−۱=۲٦

مثال:

تاثیر ۲ جیره غذایی بر میزان تولید شیر یک نژاد گاو مورد بررسی قرار گرفت:

- مربع لاتین ۲ ×۲

فرضیات:

- اگر مربع فوق را ۵ بار تکرار بکنیم
- ردیفها در هر مربع دوره شیر داری هستند
- دوره شیر داری اول همیشه برتر از دوره شیرداری دوم می‌باشد

پنج مربع می‌توانند در کنار همدیگر قرار گیرند:

دو جیره غذایی (A، B) بصورت تصادفی در نیمه اول شیرداری (ردیف اول) و در نیمه دوم شیرداری (ردیف دوم) به گاوها داده می‌شود.

										جمع ردیف
A ۳/۵۱	B ۲/۵	B ۳	A ۴/۱	A ۵/۶۱	B ۲/۵	B ۳/۱	A ۵/۶	A ۴/۶	B ۳/۴	۳۷/۹۲
B ۱/۴۲	A ۲/۱۵	A ۲/۴۱	B ۳	B ۲/۲۲	A ۱/۹۵	A ۲/۸	B ۱/۷	B ۲	A ۲/۶	۲۲/۲۵
۴/۹۳	۴/۶۵	۵/۴۱	۷/۱	۷/۸۳	۴/۴۵	۵/۹	۷/۳	۶/۶	۶	۶۰/۱۷
جمع ستون										جمع کل

$۳۵/۳۳$ = جمع تیمار A

$۲۴/۸۴$= جمع تیمار B

$$CF = \frac{(۶۰/۱۷)^۲}{۲۰} = ۱۸۱/۰۲$$

$$SST = ۳/۵۱^۲ + ... + ۲/۶^۲ - ۱۸۱/۰۲ = ۲۶/۴۴$$

$$SS_C = \frac{۴/۳۹^۲ + ... + ۶^۲}{۲} - ۱۸۱/۰۲ = ۶/۱۷$$

$$SS_R = \frac{۳۷/۹۲^۲ + ۲۲/۲۵^۲}{۱۰} - ۱۸۱/۰۲ = ۱۲/۲۸$$

$$SS_t = \frac{۳۵/۳۳^۲ + ۲۴/۸۴^۲}{۱۰} - ۱۸۱/۰۲ = ۵/۵$$

جدول تجزیه واریانس:

SOV	df	ss	ms	F
ستون	۹	۶/۱۷	۰/۶۹	۲/۲۳
ردیف	۱	۱۲/۲۸	۱۲/۲۸	۳۹/۶۱**
تیمار	۱	۵/۵	۵/۵	۱۷/۷۴**
خطای آزمایشی	۸	۲/۴۹	۰/۳۱	
کل	۱۹	۲۶/۴۴		

در این مثال S_d و S_y لازم نیست

چرا ؟ ← چون ۲ تیمار بیشتر نداریم

ولی اگر تعداد تیمار بیشتر باشد

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{ms_e}{rs}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{۲ms_e}{rs}}$$

در مثال ذکر شده اگر ماهیت اختلاف ردیفها یکسان نبود ⟵ مربع لاتین مکرر⟵ جدول تجریه واریانس

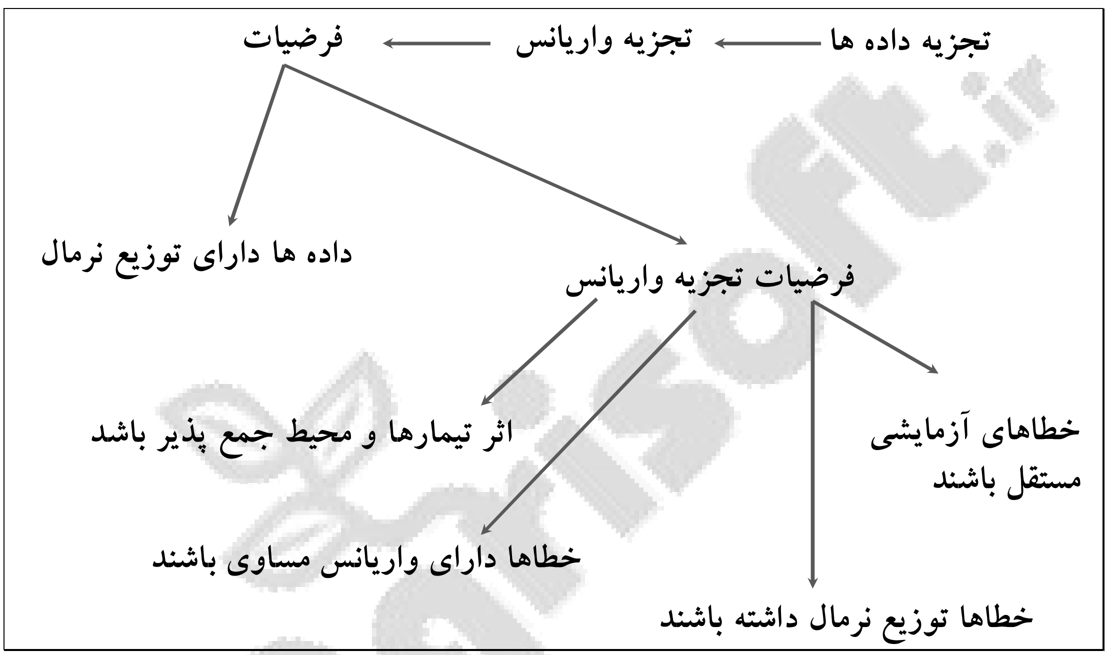
SOV	df
مربع	٤
ردیف در مربع	۵
ستون در مربع	۵
تیمار	۱
خطا	٤
کل	۱۹

جلسه ۱۰

الف – تبدیل داده‌ها Data transformation

ب – مقایسه گروهی تیمارها

الف – تبدیل داده‌ها Data transformation



اگر یکی از مفروضات صادق نباشد:

- استفاده از روش های غیر پارامتری
- تبدیل داده‌ها

انواع تبدیل داده‌ها:

۱- تبدیل رادیکالی یا ریشه دوم:

به جای $\times \xleftarrow{\text{از}} \sqrt{x}$

موارد استفاده:

ـ اثرات تیمار و محیط جمع پذیر نباشند

ـ داده‌ها شامل اعداد صحیح کوچک باشند که از شمارش بدست آمده باشند

ـ در صد هایی که از شمارش بدست آمده باشند ← بین ۲۰ - ۰ و بین ۱۰۰ - ۸۰

ـ میانگین و واریانس هر تیمار با هم متناسب باشند

اگر داده‌ها خیلی کوچک باشند (۰ >) یا مساوی صفر باشند ← $\sqrt{\times + ۰/۵}$

۲- تبدیل لگاریتمی:

بجای × $\xleftarrow{\text{از}}$ Log ×

مورد استفاده: انحراف معیار هر تیمار متناسب با میانگین آنها باشد

۳- تبدیل زاویه ای :

بجای × $\xleftarrow{\text{از}}$ arc $Sin\sqrt{\times}$

مورد استفاده: داده‌ها به صورت درصد یا نسبت باشند

۴- تبدیل معکوس :

بجای × $\xleftarrow{\text{از}}$ $\frac{۱}{\times}$

مورد استفاده: در مطالعات که یکی از متغیرها " زمان تاثیر" یا "زمان شروع" یا "زمان پایان" چیزی باشد

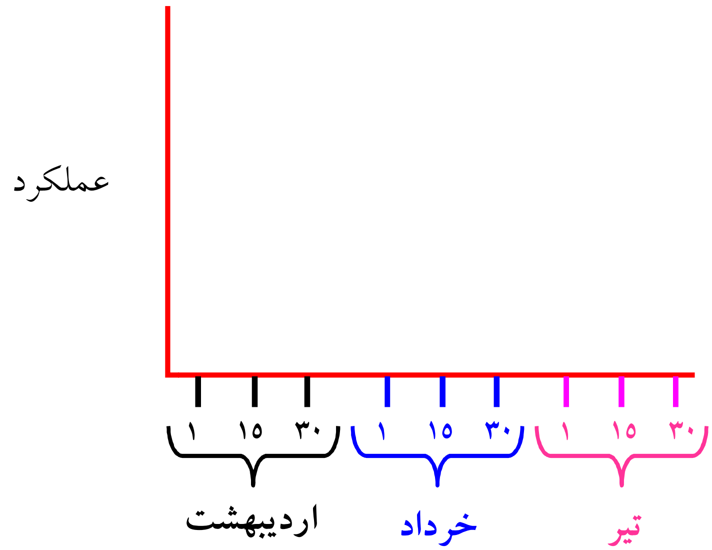
پس از تبدیل داده‌ها ← محاسبات آماری و مقایسه تیمارها با داده های تبدیل شده← استفاده از داده های واقعی

ب – مقایسات گروهی تیمارها

روشهای LSD، دانکن و...← مقایسه ۲ به ۲ تیمارها

اگر بخواهیم گروهی از تیمارها را با یک یا گروهی دیگر مقایسه بکنیم

مثال: تاثیر ۹ تاریخ کشت بر عملکرد ماش



- مقایسه اول اردیبهشت با بقیه تیمارها
- مقایسه اردیبهشت با خرداد ، تیر
- مقایسه تاریخ کشتهای قبل از ۲۰ خرداد با بعداز ۲۰ خرداد

انواع مقایسات گروهی:

- درجه آزادی ۱
- درجه آزادی < ۱

مقایسات گروهی

- غیر مستقل ← Ms و df تیمار ≠ ms و df مقایسات
- مستقل ← Ms و df تیمار = ms و df مقایسات

اگر:

$$df_t = ۸$$

۸ مقایسه مستقل با df=۱

۱ مقایسه با df = ۲
و
۲ مقایسه با df = ۳

.
.
.

بطور کلی در مقایسه گروهی تیمارها، مجموع مربعات تیمار به بخشهای کوچکتر تفکیک می‌گردد که هر

بخش ناشی از تفاوت بین میانگین‌ها است که در یک مقایسه مطرح می‌شوند.

تجزیه اثر تیمارها در مقایسات مستقل و غیر مستقل :

اگر $T_۱$ ، $T_۲$ ، ... ، T_t جمع مربوط به تیمار باشد.

معادله $Q=\Sigma C_i T_i$ که در آن $\Sigma C_i = ۰$ است یک مقایسه بین جمع تیمارها نامیده می‌شود.

مجموع مربعات این مقایسه = (SS_Q)

$$\boxed{SS_Q = \frac{Q^۲}{\underbrace{K}_{\Sigma C_i^۲}\underbrace{r}_{\text{تعداد تکرار}}}}$$

مثال :

اگر محقق بخواهد پنج تیمار را با هم مقایسه بکند بطوریکه سه تیمار در یک گروه و دو تیمار در یک گروه دیگر قرار گیرد

$$Q = \quad T_۱ \quad T_۲ \quad T_۳ \quad T_۴ \quad T_۵$$

$$= (T_۱ + T_۲) \quad (T_۳ + T_۴ + T_۵)$$

$$= ۳\,(T_۱ + T_۲) - ۲\,(T_۳ + T_۴ + T_۵)$$

$$SS_Q = \frac{Q^۲}{Kr} = \frac{\left[۳\,(T_۱ + T_۲) - ۲\,(T_۳ + T_۴ + T_۵)\right]^۲}{۳\,(۳)^۲ + ۳\,(-۲)^۲}$$

چون در مقایسه فوق $df = ۱$ ⟸ $\boxed{ms = ss}$

روش دیگر برای محاسبه SS_Q:

$$SS_Q = \frac{(T_۱ + T_۲)^۲}{۲r} + \frac{(T_۳ + T_۴ + T_۵)^۲}{۳r} - CF$$

$$\frac{(T_۱ + T_۲ + T_۳ + T_۴ + T_۵)^۲}{۵r}$$

مثال :

در یک آزمایش هفت واریته گلرنگ ایرانی و آمریکایی در طرح مربع لاتین با هم مورد مقایسه قرار گرفتند.

تیمار	A	B	C	D	E	F	G
جمع تیمار	۷۲۷۱/۲	۱۰۲۶۱/۹	۱۱۶۳۲/۳	۱۰۳۶۴/۸	۶۸۱۳/۳	۹۸۰۴/۷	۸۵۳۳/۱

تیمار B و C: ایرانی

مقایسات مورد نظر:

- مقایسه دو رقم ایرانی با هم
- مقایسه ارقام امریکایی با هم
- مقایسه ارقام ایرانی با آمریکایی

خلاصه تجزیه واریانس:

SOV	df	ss	ms	F
ردیف	۶	۳۲۱۶۹۳/۵۶		
ستون	۶	۳۱۳۱۴۳۵/۷۶		
تیمار	۶	۲۶۵۹۴۵۶/۲۶		
مقایسه اول	۱	۱۳۴۱۴۲/۵۸	۱۳۴۱۴۲/۵۸	۴/۸**
مقایسه دوم	۴	۱۳۵۹۸۹/۱۲	۱۳۵۹۸۹/۱۲	۱۲/۲۲**
مقایسه سوم	۱	۱۱۶۵۴۲۲/۵۵	۱۱۶۵۴۲۲/۵۵	۴۱/۹**
اشتباه آزمایشی	۳۰	۸۳۴۴۶۲/۶۶	۲۷۸۱۵/۴۲	
کل	۳۰	۸۳۴۴۶۲/۶۶	۲۷۸۱۵/۴۲	

$$SS_{Q_۱}=\frac{۱۰۲۶۱/۹^۲+۱۱۶۳۲/۳^۲}{۷}-\frac{(۱۰۲۶۱/۹+۱۱۶۳۲/۳)^۲}{۱۴}=۱۳۴۱۴۲/۵۸$$

$$SS_{Q_۲}=\frac{۷۲۷۱/۲^۲+۱۰۳۶۴/۸^۲+۶۸۱۳/۲^۲+۹۸۰۴/۷^۲+۸۵۳۳/۱^۲}{۷}-$$

$$\frac{(۷۲۷۱/۲+۱۰۳۶۴/۸+۶۸۱۳/۲+۹۸۰۴/۷+۸۵۳۳/۱)^۲}{۳۵}=۱۳۵۹۸۹۱/۱۲$$

$$SS_{Q_۳}=\frac{(۱۰۲۶۱/۹+۱۱۶۳۲/۳)^۲}{۱۴}+\frac{(۷۲۷۱/۲+۱۰۳۶۴/۸+۶۸۱۳/۳+۹۸۰۴/۷+۸۵۳۳/۱)^۲}{۳۵}$$

$$-\frac{(۱۰۲۶۱/۹+۱۱۶۳۲/۳+۷۲۷۱/۲+۱۰۳۶۴/۸+۶۸۱۳/۳+۹۸۰۴/۷+۸۵۳۳/۱)^۲}{۴۹}$$

$$=۱۱۶۵۴۲۲/۵۵$$

دو مقایسه را در صورتی مستقل گویند که مجموع حاصل ضرب ضرایب آنها برابر صفر باشد.

مثلاً دو مقایسه $Q_۱=\Sigma C_{۱i}T_{۱i}$ و $Q_z=\Sigma C_{۲i}T_{۲i}$ در صورتی مستقل هستند که $\Sigma C_{۱i}C_{۲i}=۰$

مثال: در یک آزمایش سه تیمار $t_۱$ و $t_۲$ و $t_۳$ (شاهد) وجود داشت:

الف)

مقایسه دو تیمار $t_۱$ و $t_۲$ و مقایسه دو تیمار با شاهد

$Q_۱=T_۱-T_۲$

$Q_۲=T_۱+T_۲-۲T_۳$

ضرایب	$t_۱$	$t_۲$	$t_۳$
Q_1	+۱	−۱	۰
Q_1	+۱	+۱	−۲

در صورت استقلال مقایسه‌ها $\leftarrow$ $\Sigma C_{۱i}\ C_{۲i}=۰$

مقایسه‌ها مستقل هستند $\leftarrow$ $(+۱)(+۱)+(-۱)(+۱)+(۰)(-۲)=۰$ =

ب)

مقایسه تیمار $t_۱$ با شاهد $\leftarrow$ $Q_۱=T_۱-T_۳$

مقایسه تیمار $t_۲$ با شاهد $\leftarrow$ $Q_۲=T_۲-T_۳$

	t_1	t_2	t_3
Q_1	+۱	۰	−۱
Q_2	۰	+۱	−۱

مقایسات مستقل نیستند → $\Sigma C_{1i}\ C_{2i} = (+1)(0) + (0)(+1) + (-1)(-1) = +1$

مثال ۲ :

در یک آزمایش اثر هفت سم ضد عفونی کننده بذر همراه یک شاهد (بدون سم) در ضد عفونی کردن بذر ذرت آلوده به بیماری قارچی دیپلودیا مورد مطالعه واقع شد.

آزمایش در یک طرح بلوک های کامل تصادفی با ۶ تکرار در گلخانه انجام گرفت. هر واحد آزمایش شامل ۲۵ بذر بود. تعداد بذور جوانه زده و خلاصه تجزیه واریانس به شرح زیر است:

تیمار / بلوک	A	B	C	D	E	F	G	H	جمع بلوک
۱	۸	۱۶	۱۴	۱۰	۸	۸	۷	۱۲	۸۳
۲	۸	۱۹	۱۶	۱۱	۷	۸	۶	۱۹	۹۴
۳	۹	۲۴	۱۴	۱۲	۱	۳	۶	۹	۷۸
۴	۷	۲۲	۱۳	۸	۱	۳	۶	۱۱	۷۱
۵	۷	۱۹	۱۴	۷	۳	۳	۴	۹	۶۶
۶	۵	۱۹	۱۳	۳	۲	۷	۴	۵	۵۸
	۴۴	۱۱۹	۸۴	۵۱	۲۲	۳۲	۳۳	۶۵	۵۴۰

توضیح :

A ⟵ تیمار شاهد

C , B ⟵ قارچ کش های جیوه ای

H , D ⟵ قارچ کش های غیر جیوه ای کارخانه I

G , F , E ⟵ قارچ کش های غیر جیوه ای کارخانه II

(F و G جدید و E قدیمی است)

جدول تجزیه واریانس :

SOV	df	ss	ms	F
بلوک	۵	۱۰۲/۵	۲۰/۵	
تیمار	۷	۱۲۱۰/۵۸	۱۷۲/۹۴	۲۹/۹۲**
اشتباه آزمایشی	۳۵	۲۰۲/۱۷	۵/۷۸	
کل	۴۷	۱۵۱۵/۲۵		

می‌توان مجموع مربعات تیمار را به ۷ قسمت تقسیم نمود.

۱- مقایسه شاهد با هفت قارچ کش

۲- مقایسه قارچ کش های جیوه ای با غیر جیوه ای

۳- مقایسه بین دو قارچ کش جیوه ای

۴- مقایسه قارچ کش های کارخانه I ، کارخانه II

۵- مقایسه قارچ کش های کارخانه I با هم

۶- مقایسه قارچ کش های جدید با قارچ کش های قدیمی کارخانه II

۷- مقایسه دو قارچ کش جدید کارخانه II

تیمار	A	B	C	D	E	F	G	H	Q	Kr	SSQ
جمع تیمار	٤٤	١١٩	٨٤	٥١	٢٢	٣٢	٣٣	٦٥			
مقایسه اول	−٧	+١	+١	+١	+١	+١	+١	+١	٩٨	٥٦(٦)	*٢٨/ ٥٨
مقایسه دوم											
⋮											
مقایسه ٧											

$$Q_{۱}=-۷(۴۴)+۱(۱۱۹+۸۴+۵۱+۲۲+۳۲+۳۳+۶۵)=۹۸$$

$$K=(-۷)^{۲}+(۱)^{۲}+(۱)^{۲}+.....+(۱)^{۲}=۵۶$$

$$Kr=۵۶(۶)$$

$$SSQ=\frac{Q^{۲}}{Kr}=\frac{(۹۸)^{۲}}{۵۶(۶)}=۲۸/۵۸$$

جلسه ۱۱

آزمایش های چند عاملی Factorial Experiments

در طرح های آماری بحث شده تا کنون تنها یک عامل مطرح بوده است.

در زراعت:

- مقایسه ارقام
- مقاومت به آفات
- تاثیر میزان کود

در دامپروری:

- جیره های غذایی
- هورمونها

گیاهپزشکی:

- انواع سموم
- غلظتهای مختلف سم

آبیاری:

- روشهای آبیاری← آزمایشهای یک عاملی ← اثر سطوح مختلف یک عامل

اگر در سطوح مختلف یک عامل (ارقام مختلف) اثر معنی دار داشته باشد ← علت:

برتری ماهیتی یا ذاتی

شرایط اجرای آزمایش:

تاریخ کاشت

مقدار کود مصرف شده

تراکم کاشت

ـ اگر بیش از یک عامل در یک آزمایش مورد مطالعه قرار گیرد:

عامل دوم: رقم → A، B، C، D

عامل ۱: تاریخ کاشت → اول مهر، ۱۵ مهر، ۳۰ مهر

آیا عملکرد نسبی ارقام در تاریخ های کشت یکسان است ؟

حالت اول =
- اول مهر ⟶ $A > B = C > D$
- ۱۵ مهر ⟶ $C > A > D = B$
- ۳۰ مهر ⟶ $D > B > C > A$

حالت دوم =
- اول مهر ⟶ $B > A > C > D$
- ۳۰ مهر ⟶ $B > A > C > D$

حالت اول ⟵ اثر متقابل وجود دارد

حالت دوم ⟵ اثر متقابل وجود ندارد

ـ اگر اثر متقابل وجود داشته باشد ⟵ آزمایش در تاریخ های مختلف کشت انجام می‌گیرد
- اثر متقابل قابل محاسبه نیست
- خطای آزمایشی هر آزمایش متفاوت است ⟵ ار قام را نمی شود مقایسه کرد

آزمایش فاکتوریل:

چند عامل به طور همزمان مورد مطالعه قرار می گیرد

اثر متقابل قابل بررسی خواهد بود

هر عامل به عنوان تکرار عامل دیگری محسوب می شود

مثال : اگر $\frac{\text{۵ رقم}}{\text{۳ تکرار}}$ ⟸ هر رقم ۳ بار تکرار شده است

اگر { ۵ رقم، ٤ تاریخ کشت، ۳ تکرار } ⟸ هر رقم ۱۲ بار تکرار شده است

در آزمایشهای فاکتوریل:

۱- اثر دو یا چند عامل به طور همزمان مورد بررسی قرار می‌گیرد

۲- هر یک از عامل‌ها به طور معمول در چند سطح بررسی می‌شود

۳- معمول عاملها را با حروف بزرگ و سطوح هر عامل را با حروف کوچک نشان می‌دهند

رقم ← $A \rightarrow a_1, a_2, a_3$

تاریخ کشت $D \rightarrow d_1, d_2, d_3$

۴- تیمارها از ترکیب سطوح عاملها به دست می‌آیند

$a_1\ d_1 \quad a_1\ d_2 \quad \cdots\cdots \quad a_3\ d_2 \quad a_3\ d_3$

و تعداد تیمارها از حاصل ضرب سطوح عاملها:

تعداد تیمارها = ۳ × ۳ = ۹

انواع آزمایشهای چند عاملی

۱- تعداد سطوح عامل‌ها برابر است

L^{n}

عامل (n)

سطح (L)

۲- تعداد سطوح عامل‌ها برابر نیست

۳ × ۴   ۲ × ۳

سطوح عامل اول (۳)

سطوح عامل دوم (۲)

نکته:

آزمایشهای فاکتوریل در قالب یکی از طرحهای پایهٔ زیر پیاده می‌شوند:

CRD
RCBD
LS

← تجزیه و تحلیل و محاسبات آماری بر اساس طرح پایه

درآزمایشات فاکتوریل سه نوع اثر :

- اثرات ساده (Simple Effect)
- اثرات اصلی (main Effect)
- اثرات متقابل (Interaction Effect)

مثال:

اگر دو عامل داشته باشیم

نوع سم (A): a_1 ، a_2

روش استفاده (B): b_1 ، b_2

		A			
		a_1	a_2	میانگین	a_2-a_1
B	b_1	$a_1 b_1$ ۳۰	$a_2 b_1$ ۳۲	۳۱	۲
	b_2	$a_1 b_2$ ۳٦	$a_2 b_2$ ٤٤	٤۰	۸
	میانگین	۳۳	۳۸	۳۵/۵	
	b_2-b_1	٦	۱۲		

اثرات ساده:

$a_2 - a_1$ ← اثرات ساده A در هر سطح B

$b_2 - b_1$ ← اثرات ساده B در هر سطح A

اثر ساده A در سطح اول B: $a_2 b_1 - a_1 b_1 = ۳۲ - ۳۰ = ۲$

اثر ساده A در سطح دوم B: $a_2 b_2 - a_1 b_2 = ۴۴ - ۳۶ = ۸$

اثر ساده B در سطح اول A: $a_1 b_2 - a_1 b_1 = ۳۶ - ۳۰ = ۶$

اثر ساده B در سطح دوم A: $a_2 b_2 - a_2 b_1 = ۴۴ - ۳۲ = ۱۲$

اثرات اصلی :

میانگین اثرهای ساده را اثر اصلی می‌گویند.

اثر اصلی A $\quad A = \frac{۲+۸}{۲} = ۵$

اثر اصلی B $\quad B = \frac{۶+۱۲}{۲} = ۹$

اثرات متقابل :

اگر اثرات ساده با هم برابر باشند ← اثر متقابل وجود ندارد

	A		
	$a_{۱}$	$a_{۲}$	$a_{۲} - a_{۱}$
$b_{۱}$	۳۰	۳۲	۲
$b_{۱}$	۳۶	۳۸	۲
$b_{۲} - b_{۱}$	٦	٦	

اگر اثرات ساده با هم برابر نباشند ← اثر متقابل وجود دارد

		A		
		$a_{۱}$	$a_{۲}$	$a_{۲} - a_{۱}$
B	$b_{۱}$	۳۰	۳۲	۲
	$b_{۲}$	۳٦	٤٤	۸
	$b_{۲} - b_{۱}$	٦	۱۲	

اثر متقابل A، B از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$AB = {}^{۱}\!/_{۲}\left[(a_{۲}\, b_{۲} - a_{۱}\, b_{۲}) - (a_{۲}\, b_{۱} - a_{۱}\, b_{۲})\right]$$

$$AB = {}^{۱}\!/_{۲}\left[(a_{۱}\, b_{۱} + a_{۲}\, b_{۲}) - (a_{۱}\, b_{۲} + a_{۲}\, b_{۱})\right]$$

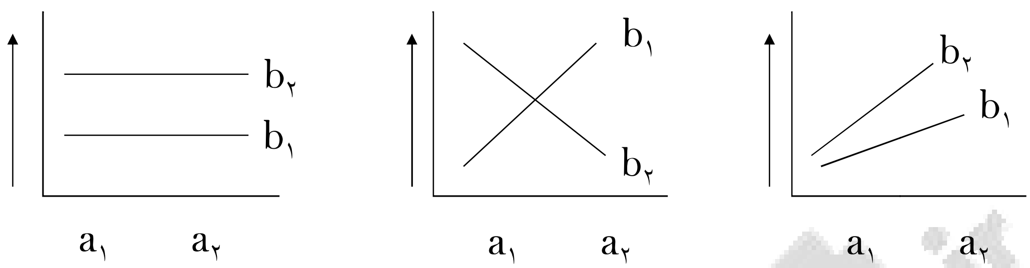
مثال اول:

$$AB = \frac{۱}{۲}\left[(۸)-(۲)\right]=۳$$

مثال دوم:

$$AB = \frac{۱}{۲}\left[(۲)-(۲)\right]=۰$$

اثرات متقابل به صورت نمودار



III II I

I ← از a۱ به a۲ مقدار b۱، b۲ به صورت نا مساوی افزایش یافته ← اثر متقابل

II ← از a۱ به a۲ مقدار b۱، b۲ در جهت عکس تغییر کرده ← اثر متقابل

III ← از a۱ به a۲ مقدار b۱، b۲ به یک اندازه تغییر کرده

زمانیکه اثر متقابل وجود دارد ← آزمایشهای یک عاملی اطلاعات درستی حاصل نمی کند

مثال: در آزمایش دو عامل A , B هر یک از دو سطح مورد بررسی قرار گرفت

B \ A	$a_۱$	$a_۲$	$a_۲ - a_۱$
$b_۱$	۲۵	۱۲	
$b_۲$	۱۸	۱۰۰	
$b_۲ - ۱$			

Homework: اثرات ساده اصلی و متقابل A و B را تعیین نمائید

تجزیه آماری یک آزمایش فاکتوریل

مثال:

در یک آزمایش اثر ۲ زمان خون گرفتن و وجود و عدم وجود ماده ای بنـام Die thy Istilbestnol بر روی فسفولیپید پلاسمای خون در گوسفند مورد بررسی قرار گرفت و برای هر تیمار۵گوسـفند بطـور تصادفی مورد اندازه گیری واقع شد.

تعداد عاملها ← ۲ ← $۲^۲$

تعداد سطوح ← ۲

تعداد تیمار← ۴

تعداد واحد آزمایشی← ۲۰= ۵ × ۴

نوع طرح ← CRD

جدول ارقام بدست آمده:

با ماده شیمیایی $a_2\ b_2$	کنترل ۲= بدون ماده آزمایشی $a_2\ b_1$	با ماده شیمیایی $a_1\ b_2$	کنترل = بدون ماده شیمیایی $a_1\ b_1$
۳۲	۳۹/۱۴	۱۷/۵۲	۸/۵۳
۲۳/۸	۲۶/۲۰	۲۱/۰۷	۲۰/۸۳
۲۸/۸۷	۳۱/۳۳	۲۰/۸۰	۱۲/۵۳
۲۵/۰۶	۴۵/۸۰	۱۷/۳۳	۱۴
۲۹/۳۳	۴۰/۲۰	۲۰/۰۷	۱۰/۸
۱۳۹/۰۶	۱۸۲/۶۷	۹۶/۸	Σx = ۶۶/۳۹

جدول جمع تیمار:

	A: a_1	A: a_2	Σ
b_1	٦٦/٣٩	١٨٢/٦٧	٢٤٩/٠٦
b_2	٩٦/٨	١٣٩/٠٦	٢٣٥/٨٦
Σ	١٦٣/١٩	٣٢١/٧٣	$\underbrace{\text{٢٤٩/٠٦}}_{\text{جمع کل}}$

محاسبه SS از طریق ضرایب

تیمارها	(1) $a_1 b_1$	(a) $a_2 b_1$	(b) $a_1 b_2$	(ab) $a_2 b_2$	Q	Kr	$SSQ=\frac{Q}{Kr}$
جمع تیمارها / اثرات	٦٦/٣٩	١٨٢/٦٧	٩٦/٨	١٣٩/٠٦	$\Sigma Ci\ Ti$	$r\Sigma\ Ci^{2}$	
A	−١	+١	−١	+١	١٥٨/٥٤	٢٠	١٢٥٦/٧٥
B	−١	−١	+١	+١	١٣/٢	٢٠	٨/٧١
AB	+١	−١	−١	+١	−٧٤/٢	٢٠	٢٧٣/٩٥

مرحله اول : محاسبات معمول بر اساس طرح پایه

$$\mathrm{CF}=\frac{(\Sigma\, x_{ijk})^{2}}{abr}=\frac{(484/92)^{2}}{2\times 2\times 5}=11757/37$$

$$\mathrm{SST}=\Sigma x^{2}_{ijk}-\mathrm{CF}=8/53^{2}+\ldots\ldots+40/2^{2}-\mathrm{CF}=1919/33$$

$$SSt=\frac{\Sigma x_{i.}^{۲}}{r}-CF=\frac{۶۶/۳۹^{۲}+.......+۱۳۹/۰۶^{۲}}{۵}-CF=۱۵۳۹/۴۱$$

$$SS_{E}=SST-SS_{t}=۱۹۱۹/۳۴-۱۵۳۹/۴۱=۳۷۹/۹۲$$

مرحله دوم: تفکیک SS_t به SS_A ، SS_B و SS_{AB}

$$SS_{A}=\frac{\Sigma_{i}(a_{i})^{۲}}{rb}-CF=\frac{(۱۶۳/۱۹)^{۲}+(۳۲۱/۷۳)^{۲}}{۵\times۲}-CF=۱۲۵۶/۷۵$$

$$SS_{B}=\frac{\Sigma_{i}(b_{j})^{۲}}{rb}-CF=\frac{(۲۴۹/۰۶)^{۲}+(۲۳۵/۸۶)^{۲}}{۵\times۲}=۸/۷۱$$

$$SS_{AB}=SS_{t}-SS_{A}-SS_{B}=۱۵۳۹/۳۱-۱۲۵۶/۷۵-۸/۷۱=۲۷۳/۹۵$$

جدول تجزیه واریانس:

SOV	df	ss	ms	F
تیمار	ab -۱=۳	۱۵۳۹/۴	۵۱۳/۴۱	۲۱/۶**
A	a-۱=۱	۱۲۵۶/۷۵	۱۲۵۶/۷۵	۵۳**
B	b-۱=۱	۸/۷۱	۸/۷۱	<۱
AB	(a-۱)(b-۱)=۱	۲۷۳/۹۲	۲۷۳/۹۵	۱۱/۵**
e	ab (r-۱)=۱۶	۳۷۹/۹۳	۲۳/۷۵	
کل	rab -۱=۱۹	۱۹۱۹/۳۳		

نتیجه گیری :

- تیمارها با هم تفاوت دارند
- دو سطح عامل A با هم تفاوت دارند.
- اثر متقابل معنی دار است ← عوامل مستقل نیستند

یک آزمایش فاکتوریل $۲^۳$ را در نظر بگیرید که هر عامل در دو سطح ۰ و ۱ باشد.

تعداد تیمارها ← ۸ = ۲ × ۲ × ۲

ترکیب تیمارها:

$a_0\ b_0\ c_0 = ۱$

$a_1\ b_0\ c_0 = a$

$a_0\ b_1\ c_0 = b$

$a_0\ b_0\ c_1 = c$

$a_1\ b_1\ c_0 = ab$

$a_1\ b_0\ c_1 = ac$

$a_0\ b_1\ c_1 = bc$

$a_1\ b_1\ c_1 = abc$

مثال:

اثر سه عامل، ویتامین $B_{۱۲}$ در دو سطح (۰ و ۵ میلی گرم)، آنتی بیوتیک در دو سطح (۵ و ۴۰ میلی گرم) وذرت در دو سطح (۵ و ۲۰درصد)بر اضافه وزن مرغ در طرح پایه RCBD مورد مطالعه قرار گرفت.

بدین منظور چهار جوجه به هر یک از ۸ تیمار اختصاص یافت.

جدول داده‌ها:

بلوک	**(1)**	**a**	**b**	**ab**	**c**	**ac**	**bc**	**abc**	**جمع بلوک**
	تیمار								
۱	۹/۲	۱۰/۶	۸/۹	۱۵/۳	۱۰/۸	۱۶/۸	۱۲/۲	۱۷/۷	۱۰۱/۵
۲	۵/۵	۶/۹	۱۰/۲	۱۷/۶	۸/۵	۷/۸	۸/۶	۱۸/۶	۸۳/۷
۳	۷	۹/۵	۶/۷	۱۹/۱	۱۰/۱	۸/۶	۱۲/۳	۱۸/۷	۹۲
۴	۱/۷	۱۱/۹	۱۰/۷	۱۵/۴	۹/۲	۹	۱۱/۱	۱۸/۵	۸۷/۵
جمع تیمار	۲۳/۴	۳۸/۹	۳۶/۵	۶۷/۴	۳۸/۶	۴۴/۲	۴۴/۲	۷۳/۵	۳۶۴/۷

A

محاسبه مجموع مربعات

B

C

اثرات متقابل (ab و............abc)

روش فاکتوریل یا ضرایب:

$$Q = \Sigma C_i y_i$$

$$SS_Q = \frac{Q^۲}{r\Sigma C_i^۲}$$

	تیمارها و جمع آنها									
	۱	a	b	ab	c	ac	bc	abc		
اثرات	۲۳/٤	۳۸/۹	۳٦/٥	٦۷/٤	۳۸/٦	٤۲/۲	٤٤/۲	۷۳/٥	Q	SS_Q
A	−۱	+۱	−۱	+۱	−۱	+۱	−۱	+۱	۷۹/۳	۱۹٦/٥
B	−۱	−۱	+۱	+۱	−۱	−۱	+۱	+۱	۷۸/ ٥	۱۹۲/٦
AB	+۱	−۱	−۱	+۱	+۱	−۱	−۱	+۱	٤۱/۱	٥۲/۸
C	−۱	−۱	−۱	−۱	+۱	+۱	+۱	+۱	۳۲/۳	۳۲/٦
AC	+۱	−۱	+۱	−۱	−۱	+۱	−۱	+۱	−۱۳/٥	٥/۷
BC	+۱	+۱	−۱	−۱	−۱	−۱	+۱	+۱	−٤/۷	۰/۷
ABC	−۱	+۱	+۱	−۱	+۱	−۱	−۱	+۱	۱۰/۳	۳/۳

$$SS_A=\frac{\left[(a+ab+ac+abc)-((۱)+b+c+bc)\right]^۲}{r\,\Sigma\, c_۲^۲}$$

$$SS_A=\frac{\left[(۳۸/۹+۶۷/۴+۴۲/۲+۷۳/۵)-(۲۳/۴+۳۶/۵+۳۸/۶+۴۴/۲)\right]^۲}{۴\times ۸}=۱۹۶/۵$$

$$SS_B=\frac{\left[(a+ab+bc+abc)-((۱)+a+c+ac)\right]^۲}{r\,\Sigma\, C_i^۲}$$

$$=\frac{\left[(۳۶/۵+۶۷/۴+۴۴/۲+۷۳/۵)-(۲۳/۴+۳۸/۹+۳۸/۶+۴۲/۲)\right]^۲}{۴\times ۸}=۱۹۲/۶$$

بقیه SS ← Homework

مثال :

دو عامل A و B ترتیب در ۳ و ۲ سطح مطابق نقشه زیر مورد مقایسه قرار گرفتند:

- آزمونها F را برای عاملها و اثرات متقابل آنها محاسبه و سپس میانگین سطوح مختلف A را با روش LSD گروه بندی نمائید.

$a_2 b_2$ ۱۰	$a_3 b_1$ ۱۴	$a_1 b_1$ ۱۲	$a_3 b_2$ ۱۸	$a_2 b_1$ ۱۰	$a_1 b_2$ ۱۴
$a_1 b_1$ ۱۳	$a_3 b_2$ ۱۸	$a_1 b_2$ ۱۶	$a_2 b_1$ ۱۰	$a_2 b_2$ ۱۲	$a_3 b_1$ ۱۴
$a_2 b_1$ ۸	$a_3 b_1$ ۱۶	$a_1 b_2$ ۱۷	$a_1 b_1$ ۱۲	$a_2 b_2$ ۱۲	$a_3 b_2$ ۲۰

نوع طرح ← RCBD

تعداد تکرار ← ۳

تنظیم داده در جدول دو طرفه :

تیمار / تکرار	$a_1 b_1$	$a_1 b_2$	$a_2 b_1$	$a_2 b_2$	$a_3 b_1$	$a_3 b_2$	جمع بلوک
۱	۱۲	۱۴	۱۰	۱۰	۱۴	۱۸	۷۸
۲	۱۳	۱۶	۱۰	۱۲	۱۴	۱۸	۸۳
۳	۱۲	۱۷	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۸۵
جمع تیمار	۳۷	۴۷	۲۸	۳۴	۴۴	۵۶	۲۴۶

محاسبات جدول تجزیه واریانس :

$$CF = \frac{(۲۴۶)^۲}{۳ \times ۳ \times ۲} = ۳۳۶۲$$

$$SST = ۱۲^۲ + \ldots\ldots . + ۲۰^۲ - CF = ۱۸۴$$

$$SS_R = \frac{۷۸^۲ + ۸۳^۲ + ۸۵^۲}{۳ \times ۲} - CF = ۴/۳۳$$

$$SS_t = \frac{۳۷^۲ + \ldots\ldots + ۵۶^۲}{۳} - CF = ۱۶۸$$

$$SS_E = ۱۸۴ - ۴/۳۳ - ۱۶۸ = ۱۱/۶۷$$

چون آزمایش ۲ × ۳ است SS ← اثرات بایستی از طریق روش کلاسیک صورت پذیرد

جدول دو طرفه تیمارها :

	a_1	a_2	a_3	جمع B	$\overline{B}$
b_1	۳۷	۲۸	٤٤	۱۰۹	۱۲/۱۱
b_2	٤۷	۳٤	٥٦	۱۳۷	۱٥
جمع A	۸٤	٦۲	۱۰۰		
$\overline{A}$	۱٤	۱۰/۳	۱٦/٦۷		

$$SS_A = \frac{۸۴^۲ + ۶۲^۲ + ۱۰۰^۲}{rb = ۶} - CF = ۱۲۱/۳۳$$

$$SS_B = \frac{۱۰۹^۲ + ۱۳۷^۲}{rb = ۹} - CF = ۴۳/۵۶$$

$$SS_{AB} = SS_t - SS_A - SS_B = ۳/۱۱$$

جدول تجزیه واریانس:

SOV	df	SS	ms	F
بلوک	۲	٤/۳۳		
تیمار	٥	۱٦۸		
A	۲	۱۲۱/۳۳	٦۰/٦۷	٥۱/۹۹**
B	۱	٤۳/٥٦	٤۳/٥٦	۳۷**
AB	۲	۳/۱۱	۱/٥٥	۱/۳ ns
اشتباه	۱۰	۱۱/٦۷	۱/۱٦۷	
کل	۱۷			

مقایسه میانگین های سطوح A با روش LSD:

$$LSD = t_{\%1} \times S_{\bar{d}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{۲\,ms_e}{rb} = \frac{۲(۱/۱۶۷)}{۳\times۲}} = ٪۶۲$$

$$LSD = ۳/۱۶۹ \times ٪۶۲ = ۱/۹۸$$

میانگین‌ها ← ۱۶/۶۷ ۱۴ ۱۰/۳۳

چون تفاوت هر سه میانگین از ۱/۹۸ بزرگتر است پس همه سطوح A باهم تفاوت معنی دار دارند.

(مطالعه روزانه فراموش نشود)

جلسه ۱۲

تفکیکSS

تفکیک

SS

خطی

درجه دوم

درجه سوم و . . . .

در تحقیقات

مقایسه اثر تیمار

مقایسه گروهی تیمار

محاسبه ارتباط بین دو متغیر

کوواریانس

رگرسیون

کورلاسیون = کوواریانس / انحراف معیار

۱- رابطه بین دو متغیر که هر دو تحت تاثیر عوامل مشابه باشند .

۲- هر دو تغییر تصادفی باشند

مثلاً: <u>تعداد دانه در خوشه</u> ، <u>وزن هرزار دانه</u>

رگرسیون← رابطه بین دو متغیر که:

ـ یک متغیر ثابت و یک متغیر تصادفی باشد

ـ رابطه علت و معلولی

تصادفی
مثال: هر صد جوانه زدن بذر ← معلول   با غلظتهای مختلف نمک (متغییر ثابت)
تابع

رابطه بین متغیرها

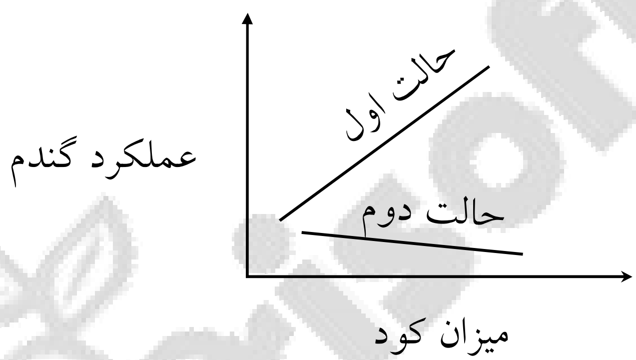
ـ خطی (Linear)

ـ نمائی (Exponential)

ـ لگاریتی (Log)

رابطه خطی

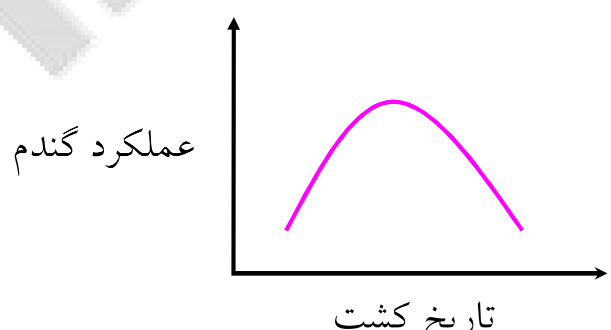
با افزایش یک متغیر، متغیر دیگر نیز به طول یکسان افزایش یا کاهش پیدا کند



نکته: حداقل دو سطح از هر متغیر نیاز است.

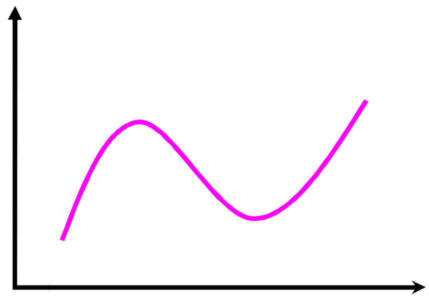
رابطه درجه دوم

با افزایش یک متغییر تا یک حد معین متغیر دیگر نیز افزایش و سپس کاهش پیدا کند یا بر عکس



رابطه درجه سوم

با افزایش یک متغیر، دیگری نیز افزایش یافته، به حداکثر خود رسیده و سپس توام با افزایش متغییر اول کاهش می‌یابد و به حداقل خود می‌رسد و در نهایت همراه با افزایش متغییر اول دوباره افزایش می‌یابد و بر عکس



برای تفکیک SS عوامل به اجزاء

خطی

درجه دوم

....

تیمارها کمی باشند

فاصله تیمارها یکسان باشند

مثال:

در یک آزمایش اثر ۴ کود پتاسه ($K_.$، $K_۱$، $K_۲$، $K_۳$) ودو سطح کود فسفاته ($P_.$، $P_۱$) در قالب طرح RCBD با پنج تکرار مورد بررسی قرار گرفت. اگر ۴۵۷/۸ = SS_e باشد رابطه خطی درجه و.........هر یک از عوامل را آزمون نمائید.

نوع آزمایش ← فاکتوریل (۲ × ۴)

تعداد تیمار← ۸

	$K_.$	$K_۱$	$K_۲$	$K_۳$	$\sum$
P_0	۱۸۰	۲٤۸	۲۷۷	۲۸۵	۹۹۰
P_0	۲٥۱	۳۰۷	۳٤۲	۳٤٦	۱۲٤٦
$\sum$	٤۳۱	٥٥٥	٦۱۹	٦۳۱	۲۲۳٦

$$CF=\frac{(۲۲۳۶)^{۲}}{kpr=۴۰}=۱۲۴۹۹۲/۴$$

$$SS_t=\frac{۱۸۰^{۲}+.....+۳۴۶^{۲}}{r=۵}-CF=۴۱۶۵/۲$$

$$SS_p=\frac{۹۹۰^{۲}+۱۲۴۶^{۲}}{rk=۲۰}-CF=۱۶۳۸/۴$$

$$S_k=\frac{۴۳۱^{۲}+.......+۶۳۱^{۲}}{pr=۱۰}-CF=۲۵۱۸/۴$$

$$SS_{PK}=SS_t-SS_P-SS_K=۸/۴$$

جدول تجزیه واریانس

SOV	df	SS	ms	F
P	۱	۱٦۳۸/٤	۱٦۳۸/٤	۱۰۰/٥**
K	۳	۲٥۱۸/٤	۸۳۹/٥	٥۱/۳**
PK	۳	۸/٤	۲/۸	< ۱ ns
e	۲۸	٤٥۷/۸	۱٦/۳٥	
بلوک	٤			
کل	۳۹			

برای تفکیک SS_p، SS_K، SS_{kp} از جدول ضرایب زیر استفاده می‌کنیم:

تعدا تیمار	df	درجه متعامد	ضرایب					
۲	۱	خطی(L)	−۱			+۱		
۳	۲	خطی	−۱	۰		+۱		
		درجه دوم(L)	+۱	−۲		+۱		
٤	۳	خطی	−۳	−۱	+۱	+۳		
		درجه دوم	+۱	−۱	−۱	+۱		
		درجه سوم	−۱	+۳	−۳	+۱		
۵	٤	خطی	−۲	−۱	۰	+۱	+۲	
		درجه دوم	+۲	−۱	−۲	−۱	+۲	
		درجه سوم	−۱	+۲	۰	−۲	+۱	
		درجه چهارم	+۱	−٤	+٦	−٤	+۱	
٦	۵	خطی	−۵	−۳	−۱	+۱	+۳	+۵
		درجه دوم	+۵	−۱	−٤	−٤	−۱	+۵
		درجه سوم	−۵	+۷	+٤	−٤	−۷	+۵
		درجه چهارم	+۱	−۳	+۲	+۲	−۳	+۱

جمع تیمار / اثرات	df	P_0K_0 ۱۸۰	P_0K_1 ۲٤۸	P_0K_2 ۲۷۷	P_0K_3 ۲۸۵	P_1K_0 ۲۵۱	P_1K_1 ۳۰۷	P_1K_2 ۳٤۲	P_1K_3 ۳٤٦	$\Sigma C_i T_i$	$r\Sigma C_i^2$	SS_Q
P:	۱											
PL	۱	−۱	−۱	−۱	−۱	+۱	+۱	+۱	+۱	۲۵٦	۵× ۸	۱٦۳۸/٤
K:	۳											
KL	۱	−۳	−۱	+۱	+۳	−۳	−۱	+۱	+۳	٦٦٤	۵× ٤۰	
Kq	۱	+۱	−۱	−۱	+۱	+۱	−۱	−۱	+۱	۱۱۲	۵× ۸	۳۱۳/٦
Kc	۱	−۱	+۳	−۳	+۱	−۱	+۳	−۳	+۱	۸	۵× ٤۰	۰/۳۲
Kp:	۳											
K_LP_L	۱	+۳	+۱	−۱	−۳	−۳	−۱	+۱	+۳	−۲٤	۵× ٤	۲/۸۸
K_qP_L	۱	−۱	+۱	+۱	−۱	+۱	−۱	−۱	+۱	۸	۵× ۸	۱/٦
KcP_L	۱	+۱	−۳	+۳	−۱	−۱	+۳	−۳	+۱	−۲۸	۲۰۰	۳/۹۲

جدول تجزیه واریانس

SOV	df	ss	ms	F
تیمار	۳۹	–	–	–
بلوک	۴	–	–	–
P	۱	۱۳۶۸/۴	۱۳۶۸/۴	۱۰۰/۵**
K	۳			
K_L	۱	۲۲۰۴/۴۸	۲۲۰۴/۴۸	۱۳۵/۲**
K_q	۱	۳۱۳/۶	۳۱۳/۶	۱۹/۲**
Kc	۱	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۰۲ns
PK	۳			
P_LK_L	۱	۲/۸۸	۲/۸۸	۰/۱۷
P_LKq	۱	۱/۶	۱/۶	۰/۱
P_LK_C	۱	۳/۹۲	۳/۹۲	۰/۲۴
Error	۲۸	–	۱۶/۳۵	

SSK هم به تنهایی قابل تفکیک می‌باشد:

اثرات \ جمع تیمار	df	K_0 ٤٣١	$K_۱$ ٥٥٥	$K_۲$ ٦١٩	$K_۳$ ٦٣١	$\Sigma T_i C_i$	$n\Sigma C_i^۲$	SS
K	۳							
K_L	۱	−۳	−۱	+۱	۳	٦٦٤	۱۰× ۲۰=۲۰۰	۲۲۰٤ /٤۸
K_Q	۱	+۱	−۱	−۱	+۱	۱۱۲	۱۰× ٤=٤۰	۳۱۳ /٦۰
K_C	۱	−۱	+۳	−۳	+۱	۸	۱۰× ۲۰=۲۰۰	۰ /۳۲

مثال:

اثر شش سطوح کود ازته n_0 = ۰ ، n_1 = ۵۰ ، n_2 = ۱۰۰ ، n_3 = ۱۵۰ n_4 = ۲۰۰ ، n_5 = ۲۵۰ بر میزان محصول سیب زمینی در یک طرح RCBD در چهار تکرار مورد مطالعه قرار گرفت اگر جمع تیمارها بترتیب n_0=۱۰ Ton، n_1 = ۱۳ Ton، n_2=۱۵، n_3 = ۱۲Ton، n_4=۲۰Ton، n_5=۲۲ Ton و SS_e =۳/۷۵ باشد. رابطه خطی و درجه دوم بین سطوح کود ازته و محصول سیب زمینی را آزمون نمایید.

اثرات \ جمع تیمار	df	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	$\Sigma T_i C_i$	$n\Sigma C_i^2$	SS	F
N:	۵										
N_L	۱	−۵	−۳	−۱	+۱	+۳	+۵	۷۸	٤× ۷۰	۲۱ /۷۳	۸٦/۹۲
N_q	۱	+۵	−۱	−٤	−٤	−۱	+۵	۱۹	٤× ۸٤	۱ /۰۷	٤ /۲۸ ns

$$ms_e = \frac{SS_E}{(r-۱)(t-۱)} = \frac{۳/۷۵}{۱۵} = ۰/۲۵$$

$$F_{٪۵} = (۱،۱۵) = ۴/۵۴$$

$$F_{٪۱} = (۱،۱۵) = ۸/۶۴$$

جلسه ۱۳

اختلاط Confounding

اگر در آزمایش فاکتوریل ← تعداد عاملها زیاد باشد

و یا

تعداد سطوح عاملها زیاد باشد

↓

افزایش تعداد تیمار

↓

بزرگ شدن اندازه تکرار

↓

افزایش غیر یکنواختی در تکرار

↓

بروز تغیرات بین واحدهای آزمایش

↓

افزایش خطای آزمایشی

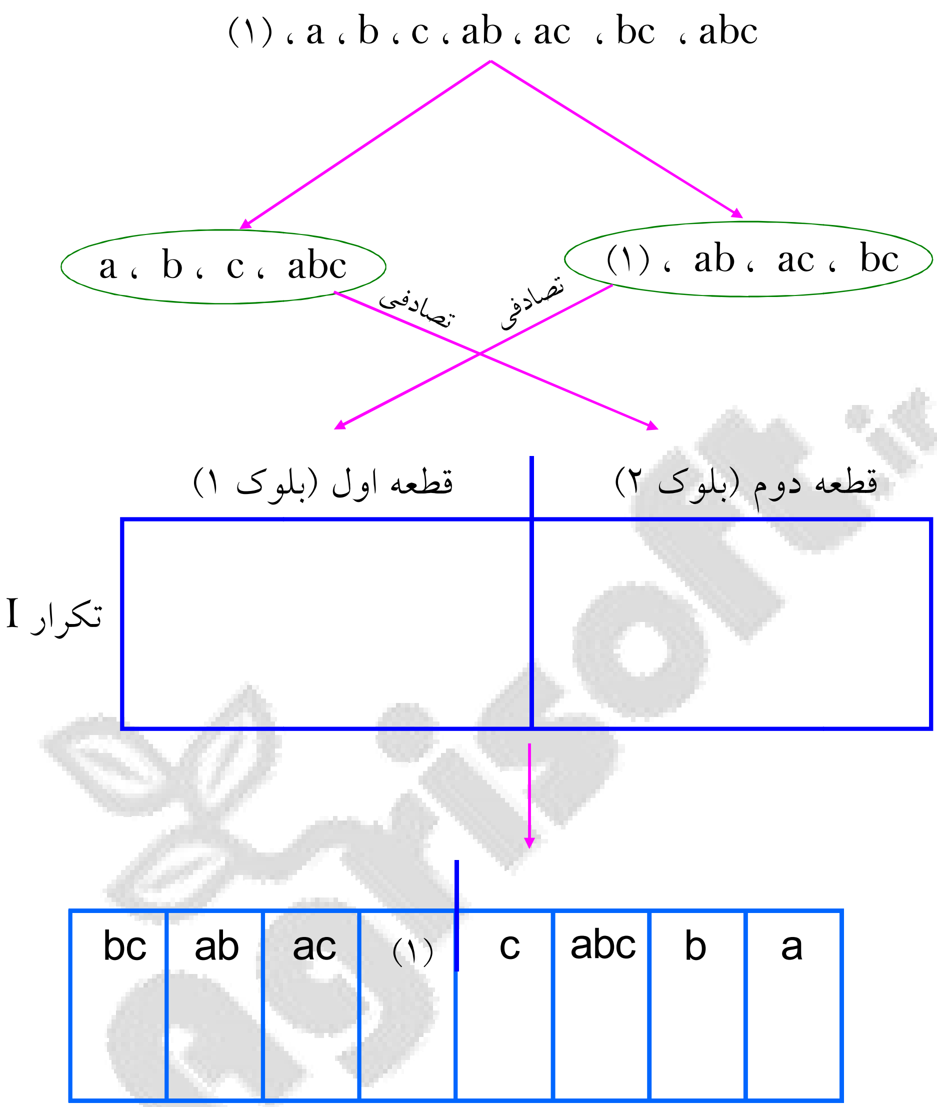
برای حل مشکل ← تقسیم تکرار به چند قطعه به نام بلوک

	بلوک ۱	بلوک ۲
تکرار I		

اگر آزمایش $۲^۳$ باشد ← ۸ تیمار:

(۱) ،a ،b ،c ،ab ،ac ،bc ،abc

تیمارها به دو قسمت تقسیم می‌شوند:



در این حالت گفته می‌شود که اختلاط صورت گرفته است ← اختلاط بلوک واثر ABC

سوال کلیدی: بر چه اساس تیمارها تقسیم می‌شوند ؟

اصول و روش اختلاط:

در آزمایش فاکتوریل بایستی یکی از اثراتی که کم اهمیت تر است انتخاب شود.

آزمایش $۲^{۳}$

اثرات ↓

a ، b ، c ، ab ، ac ، bc ، abc

معمولاً اثرات متقابل چند گانه که به سختی قابل محاسبه و تفسیر هستند انتخاب می‌شود؛ ولی هر اثری را می‌توان مورد اختلاط قرار داد.

برای تقسیم بندی تیمارها در آزمایشهای ۲^{n} می‌توانیم:

برای اختلاط A ⟵ $(a-۱)(b+۱) = \overbrace{ab \quad a}^{+} \quad \overbrace{(۱) \quad b}^{-}$

برای اختلاط B ⟵ $(a+۱)(b-۱) = b \quad ab \quad (۱) \quad a$

برای اختلاط B ⟵ $(a-۱)(b-۱) = ab \quad (۱) \quad a \quad b$

مثال :

فرض کنید ۲ نوع کود در دو سطح در سه تکرار مورد آزمایش قرار گرفته باشند.

تعدادتیمار = ۴

بلوک A		بلوک B	

اگر اثر متقابل AB مورد اختلاط قرار گیرد:

۱ ab ← در یک بلوک

b a ← در یک بلوک

تکرار I	ab	۱	a	b
تکرار II	۱	ab	b	a
تکرار III	ab	۱	a	b

اگر یک اثر در تمام تکرارها مورد اختلاط قرار گیرد ← اختلاط کامل

اگر اثرهای متفاوت در تکرارهای متفاوت مورد اختلاط قرار گیرد ← اختلاط ناقص

	A		B		
اثر تیمار A	a	ab	(۱)	b	تکرار I
اثر B	(۱)	a	b	ab	تکرار II
اثر AB	ab	(۱)	a	b	تکرار III

جدول تجزیه واریانس

اختلاط ناقص

SOV	df
بلوک	۵
A	'۱
B	'۱
AB	'۱
اشتباه	۳
کل	۱۱

اختلاط کامل

SOV	df
بلوک	۵
A	۱
B	۱
اشتباه	٤
کل	۱۱

نکته:

اثری که مورد اختلاط واقع شود قابل محاسبه نخواهد بود

تقسیم بندی تیمارها در آزمایش 2^3:

		+				-			
برای اختلاط A =	(a − ۱)(b + ۱)(c + ۱) =	a	ab	ac	abc	۱	b	c	bc
برای اختلاط B =	(b + ۱)(b − ۱)(c + ۱) =	b	ab	bc	abc	۱	a	c	ac
برای اختلاط C =	(a + ۱)(b + ۱)(c − ۱) =	c	ac	bc	abc	۱	a	b	ab
برای اختلاط AB =	(a − ۱)(b − ۱)(c + ۱) =	۱	ab	c	abc	a	b	ac	bc
برای اختلاط AC =	(a − ۱)(b + ۱)(c − ۱) =	۱	ac	b	abc	a	c	ab	bc
برای اختلاط BC =	(a + ۱)(b − ۱)(c − ۱) =	۱	a	bc	abc	b	c	ab	ac
برای اختلاط ABC =	(a − ۱)(b − ۱)(c − ۱) =	a	b	c	abc	۱	ab	ac	bc

این روش فقط برای آزمایشهای 2^n بکار می‌رود

مثال:

تجزیه آماری یک آزمایش فاکتوریل که در آن اختلاط کامل صورت گرفته است

تکرار I

a	b	c	abc	(۱)	ab	ac	bc
۱۳	۱۲	۱۱	۱٦	۱۰	۱٦	۱۳	۱۱
٥۲				٥۰			

تکرار II

c	abc	a	b	ac	(۱)	bc	ab
۱۲	۱۷	۱٤	۱۲	۱٤	۱۱	۱۲	۱۷
٥٥				٥٤			

تکرار III

bc	(۱)	ab	ac	abc	b	c	a
۱۳	۱۲	۱۸	۱٥	۱۹	۱۳	۱۲	۱٥
٥۸				٥۹			

کدام اثر اختلاط پیدا کرده است ؟ ABC

جدول داده‌ها:

تیمار \ تکرار	R_1	R_2	R_3	جمع تیمار
(۱)	۱۰	۱۱	۱۲	۳۳
a	۱۳	۱٤	۱٥	٤۲
b	۱۲	۱۲	۱۳	۳۷
c	۱۱	۱۲	۱۲	۳٥
ab	۱٦	۱۷	۱۸	٥۱
ac	۱۳	۱٤	۱٥	٤۲
bc	۱۱	۱۲	۱۳	۳٦
abc	۱٦	۱۷	۱۹	٥۲
جمع کل بلوک	٥۲−٥۰	٥٥−٥٤	٥۹−٥۸	۳۲۸

تجزیه آماری آزمایشی که دارای اختلاط است:

ـ بجای SS تکرار، SS بلوک محاسبه می‌شود

ـ SS اثری که مورد اختلاط قرار می‌گیرد محاسبه نمی شود

$$CF=\frac{(۳۲۸)^{۲}}{۲۴}=۴۴۸۲/۶۷$$

$$SST=۱۰^{۲}+......+۱۹^{۲}-CF=۱۳۷/۳۳$$

$$SS_{B}=\frac{۵۲^{۲}+۵۰^{۲}+.......۵۹^{۲}}{۴}-CF=۱۴/۸۳$$

$$SS_{t}=\frac{۳۳^{۲}+........+۵۲^{۲}}{۳}-CF=۱۲۱/۳۳$$

$$SS_{e}=SST-SSB-(SS_{t}-SS_{ABC})=۱/۸۲$$

محاسبه SS اثرات

۱. روش جبری یا کلاسیک

۲. روش ضرایب

روش ضرایب

اثرات	تیمارها و جمع آنها								SSQ
	(۱) ۳۳	a ٤۲	b ۳۷	c ۳٥	ab ٥۱	ac ٤۲	bc ۳٦	abc ٥۲	
A	−۱	+۱	−۱	−۱	+۱	+۱	−۱	+۱	
B	−۱	−۱	+۱	−۱	+۱	−۱	+۱	+۱	
C	−۱	−۱	−۱	+۱	−۱	+۱	+۱	+۱	
AB	+۱	−۱	−۱	+۱	+۱	−۱	−۱	+۱	
AC	+۱	−۱	+۱	−۱	−۱	+۱	−۱	+۱	
BC	+۱	+۱	−۱	−۱	−۱	−۱	+۱	+۱	

$$SS_A = \frac{\left[(a+ab+ac+abc)-((۱)+b+c+bc)\right]^{۲}}{۲K}$$

K: تعداد تکرار X تعداد واحد آزمایشی در بلوک

$$= \frac{\left[(۴۲+۵۱+۴۲+۵۲)-(۳۳+۳۷+۳۵+۳۶)\right]^{۲}}{۲\times۱۲} = ۸۸/۱۷$$

$$SS_B = \frac{\left[\left(\overset{۳۷}{b}+\overset{۵۱}{ab}+\overset{۳۶}{bc}+\overset{۵۲}{abc}\right)-\left(\overset{۳۳}{(۱)}+\overset{۴۲}{a}+\overset{۳۵}{c}+\overset{۴۲}{ac}\right)\right]^{۲}}{۲۴} = ۲۴$$

$SS_C = ۰/۱۷$ $\quad SS_{AB} = ۸/۱۷$ $\quad SS_{AC} = ۰$ $\quad SS_{BC} = ۰$

جدول تجزیه واریانس

SOV	df	ss	ms	F
بلوک	۵	--	--	
A	۱		۸۸/۱۷	۵۸۷/۷**
B	۱		۲۴	۱۶۰**
C	۱		۱۷	۱/۱۳
AB	۱		۸/۱۷	۵۴/۴۷**
AC	۱		۰	۰
BC	۱		۰/۱۷	۱/۱۳
خطا	۱۲		۰/۱۵	
کل	۲۳		۱۳۷/۳۳	

معایب طرح:

- اثری که مورد اختلاط قرار می‌گیرد قابل محاسبه نیست
- درجه آزادی اشتباه کمتر از آزمایش معمول است

مزیت: افزایش یکنواختی و کاهش اشتباه آزمایش

جلسه ١٤

طرح کرتهای خرده شده Split-Plot Design

تعریف

فرم تغیر یافته یکی از طرحهای پایه است که برای انجام آزمایشهای فاکتوریل که دارای حداقل یکی از شرایط زیر را داشته باشند استفاده می‌گردد:

۱- یکی از عاملها نیاز به ماده ازمایشی بیشتری داشته باشد.

مثال: کود – روش آبیاری در مقایسه رقم

۲- یکی از عاملها مهم تر بوده و در اندازه گیری آن دقت بیشتری لازم است.

۳- اضافه کردن یک عامل اضافی به آزمایش بعد از پیاده کردن طرح

تفاوت طرح خرده شده با طرحهای پایه

شیوه اختصاص تیمارها به واحدهای آزمایشی

مثال:

آزمایش 2^2 در قالب RCBD با ۲ تکرار

۱- هر تکرار به تعداد تیمارها تقسیم می‌شد

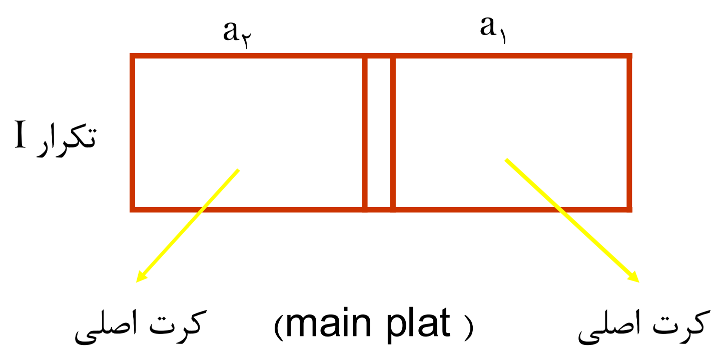
۲- تیمارها به صورت تصادفی به واحدهای آزمایشی هر تکرار تعلق می‌گرفت

تکرار I	a_1b_1	a_2b_1	a_2b_2	a_1b_2

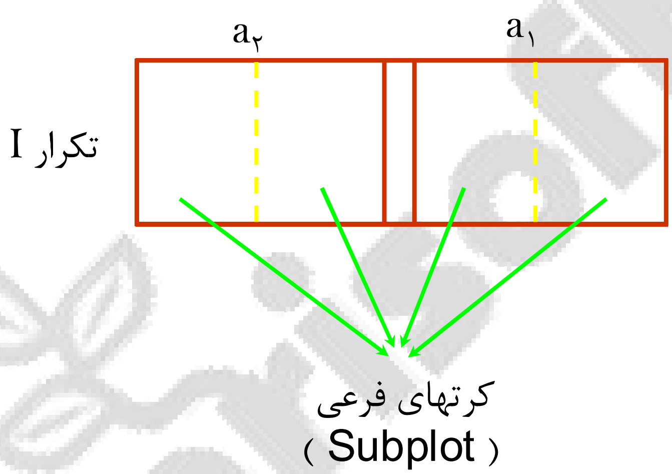
تکرار II	a_1b_2	a_1b_1	a_2b_2	a_2b_2

ولی در طرح کرتهای خرده شده :

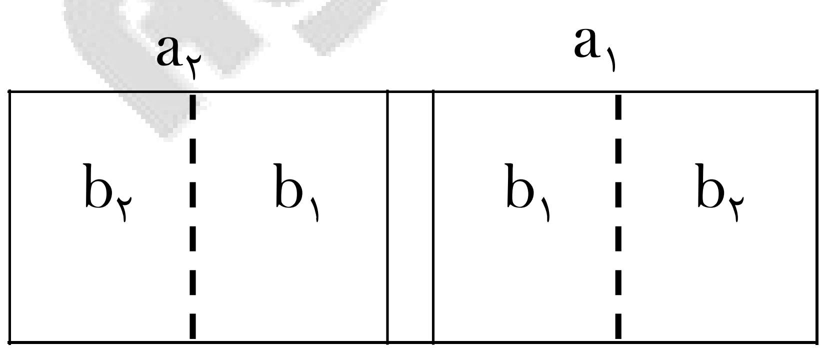
۱- هر تکرار ابتدا بر اساس سطوح یک عامل تقسیم بندی می‌شود و کرتهای اصلی بوجود می‌آیند وسطوح آن عامل به صورت کاملاً تصادفی به کرتهای اصلی تعلق می‌گیرند.



۲- هر کرت اصلی بر اساس سطوح عامل دوم تقسیم بندی می‌شود و کرتهای فرعی بوجود می‌آیند.



۳- سطوح عامل دوم به صورت کاملاً تصادفی به کرتهای فرعی هر کرت اصلی تعلق می‌گیرد.



نکته: در طرح کرتهای خرد شده کرتهای اصلی می‌توانند بر پایه CRD، RCBD و یا LS قرار گیرند

بر همین اساس جدول تجزیه واریانس طرح کرتهای خرد شده به سه شکل خواهد بود

CRD

SOV	df
عامل اصلی (A)	a-۱
E_a	a(r-۱)
عامل دوم (B)	b-۱
AB	(a-۱)(b-۱)
E_b	a(r-۱)(b-۱)
کل	abr-۱

RCBD

SOV	df
تکرار	r-۱
A	a-۱
E_a	(a-۱)(r-۱)
b	b-۱
AB	(a-۱)(b-۱)
E_b	a(r-۱)(b-۱)
کل	abr-۱

LS

SOV	df
ردیف	a-۱
ستون	a-۱
A	a-۱
E_a	(a-۱)(a-۲)
b	b-۱
AB	(a-۱)(b-۱)
E_b	a(a-۱)(b-۱)
کل	a^۲b-۱

مثال:

یک آزمایش ۲^۲ در ۲ تکرار در قالب طرح کرتهای خرده شده بر اساس طرح پایه RCBD انجام گرفت.

عامل A نیاز به زمین بیشتری نسبت به عامل B داشت

نقشه آزمایش

	a1		ao		
تکرار I	b_0 ۱	$b_۱$ ۲	$b_۱$ ۳	b_0 ۲	جمع تکرار I = ۸
	۳		۵		
تکرار II	$b_۱$ ۵	b_0 ۲	$b_۱$ ۲	b_0 ۲	جمع تکرار II = ۱۱
	۷		۴		

جمع کل = ۱۹

$$CF = \frac{(۱۹)^۲}{۸} = ۴۵/۱$$

$$SST = ۱^۲ + ۲^۲ + ... + ۲^۲ - CF = ۹/۹$$

$$SS_{تکرار} = \frac{۸^۲ + ۱۱^۲}{۴} - CF = ۱/۱$$

برای بدست آوردن اثر عاملها جدول دو طرفه عاملها نیاز است

		A		
		a_0	a_1	Σ
B	b_0	۳	۴	۷
	b_1	۴	۸	۱۲
	Σ	۷	۱۲	۱۹

$$SS_A = \frac{۷^۲ + ۱۲^۲}{۴} - CF = ۳/۱$$

$$SS \quad = \frac{۳^۲ + ۵^۲ + ۷^۲ + ۴^۲}{۲} - CF = ۴/۴$$

$SS_{E(a)}$ = SSکرتهای اصلی - SS_A - SS تکرار = ۴/۴ - ۳/۱ - ۱/۱ = ۰/۲

$$SS_B = \frac{۷^۲ + ۱۲^۲}{۴} - CF = ۳/۱$$

$$SS_{AB} = \frac{۳^۲ + ۴^۲ + ۴^۲ + ۸^۲}{۲} - CF - SS_A - SS_B = ۱/۲$$

$SS_{E(b)}$ = SS کل - SS تکرار - SS_A - $SS_{E(a)}$ - SS_B - SS_{AB} = ۲/۱

جدول تجزیه واریانس:

SOV	df	SS	ms	F
تکرار	۱	۱/۱	۱/۱	$۱/۱ / ۰/۲ = ۵/۵$
A	۱	۱/۳	۱/۳	$۳/۱ / ۰/۲ = ۱۵/۵$
E_a	۱	۲/۰	۲/۰	-----
b	۱	۱/۳	۱/۳	$۳/۱ / ۰/۶ = ۵/۱$
AB	۱	۲/۱	۲/۱	$۱/۲ / ۰/۶ = ۲$
$E_{(b)}$	۲	۲/۱	٦/۰	
کل	۷	۹/۹		

F جدول را استخراج و با F محاسبه شده مقایسه نمائید.

مقایسه میانگین‌ها:

- برای مقایسه میانگین سطوح A:

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{۲ms_{E(a)}}{rb}=\frac{۲\times۰/۲}{۲\times۲}}=$$

- برای مقایسه میانگین سطوح B:

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{۲ms_{E(b)}}{ra}=\frac{۲\times۰/۶}{۲\times۲}}=$$

- مقایسه میانگین دو سطح B در هر سطح A:

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{۲ms_{E(b)}}{۲}=\frac{۲\times۰/۶}{۲}}=$$

- مقایسه میانگین دو سطح A در هر سطح B:

$$S_{\bar{d}}=\sqrt[۲]{\frac{۲[(b-۱)mse_{(b)}+mse_{a}]}{rb}}$$

عدد گمشده در طرح کرتهای خرده شده ← استدلالها مشابه طرح RCBD

اگر یک عدد گمشده باشد از فرمول:

$$y=\frac{rw+b(a_j\ b_k)-(a_j)}{(r-۱)(b-۱)}$$

w: جمع اعداد کرتچه های کرت بزرگی که عدد گمشده را در بر دارد.

a_jb_k: جمع اعداد کرتچه هائیکه ترکیب a_jb_k در آن بکار رفته

a_j: جمع اعداد موجود در کرتهای بزرگی که عامل اول در آنها در سطح j است.

b: تعداد سطوح عامل دوم

r: تعداد تکرار

مثال:

فرض کنید که عدد (۱) یعنی a_0b_0 در بلوک ۱ گمشده است

a_0		a_1	
a_0b_0	a_0b_1 ۲	a_1b_1 ۳	a_1b_0 ۲
a_1b_1 ۵	a_1b_0 ۲	a_0b_1 ۲	a_0b_0 ۲
a_1		a_o	

w = ۲

a_0b_0 = ۲

a_0 = ۲ + ۴ = ۶

r = ۲

b = ۲

$$y = \frac{۲\times۲\times+۲(۲)-۶}{(۲-۱)(۲-۱)} = ۲$$

تجزیه واریانس انجام و از درجه آزادی E_b یک واحد کسر می‌گردد.